

Theoretische Übungen (8)
zur Vorlesung „Numerik I“
im Wintersemester 2010/11
13.01.2011

1. Mit Bezeichnungen aus der Vorlesung beweise man den Satz:

Für beliebige $t_i, i = 1, \dots, n$, mit $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ ist die $n \times n$ -Matrix

$$A := \begin{pmatrix} p_0(t_1) & \cdots & p_0(t_n) \\ \vdots & & \vdots \\ p_{n-1}(t_1) & \cdots & p_{n-1}(t_n) \end{pmatrix}$$

invertierbar.

2. Man zeige:

Auf dem Intervall $[-1; 1]$ lauten die zugehörigen Orthogonalpolynome

$$p_k(x) := \frac{k!}{(2k)!} \frac{d^k}{dx^k} (x^2 - 1)^k, \quad k = 0, 1, \dots,$$

3. Man bestimme für den Fall aus Aufgabe 2) die Gewichte und Stützstellen für die Fälle $n = 2$ und $n = 3$.