

# Nichtlineare Optimierung — Übungsblatt 4

Dr. Klaus Schönefeld  
Max Kontak, M. Sc.

Department Mathematik  
Fakultät IV, Universität Siegen

Wintersemester 2015/16

Zu bearbeiten bis zur Übung am 18.11.2015

---

## Aufgabe 15

Es seien  $A, B \in \mathbb{R}^{m \times n}$  und  $c \in \mathbb{R}^n$ . Durch Zurückführung auf das Lemma von Farkas beweise man, dass genau eines der beiden Systeme

a)  $Az \leq 0, Bz = 0, c^T z > 0,$

b)  $A^T v + B^T w = c, v \geq 0,$

lösbar ist.

## Aufgabe 16

Gegeben sei die Menge

$$M = \{ x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 - x_3 \leq 1, x_1 - x_2 \leq -3, x_1 \leq 0, x_3 \geq 0 \}.$$

Benutzen Sie das Lemma von Farkas, um zu prüfen, ob  $M$  leer ist oder nicht.

## Aufgabe 17

Ermitteln Sie den Abstand von

$$X = \{ x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 + x_2 \geq 4, 2x_1 + x_2 \geq 5 \}$$

zum Koordinatenursprung.

## Aufgabe 18

Beweisen Sie den *Alternativsatz von Gordan*:

Für  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist stets genau eines der beiden Systeme

(i)  $Ad < 0,$

(ii)  $A^T u = 0, u \geq 0, u \neq 0,$

lösbar.