

Nichtlineare Optimierung — Übungsblatt 7

Dr. Klaus Schönefeld
Max Kontak, M. Sc.
Wintersemester 2015/16

Department Mathematik
Fakultät IV, Universität Siegen
Zu bearbeiten bis zur Übung am 09.12.2015

Aufgabe 27

Beweisen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen für eine lokale Minimumsstelle x^* der NLOA (12):

- i) Die Regularitätsbedingung (MFCQ) gilt in x^* ,
- ii) Die Menge der zu x^* gehörenden Lagrange-Multiplikatoren ist nichtleer und beschränkt.

Aufgabe 28

Im \mathbb{R}^3 sei die folgende Optimierungsaufgabe gegeben:

$$f(x) = \frac{1}{x_1} + \frac{4}{x_2} + \frac{9}{x_3}$$

bei $x_1 + x_2 + x_3 \leq 12, \quad x_1, x_2, x_3 > 0.$

- a) Bestimmen Sie eine Lösung dieser Aufgabe.

Hinweise:

- Ersetzen Sie die Nebenbedingungen $x_j > 0$ durch $x_j \geq \varepsilon, j = 1, 2, 3.$
- Rechtfertigen Sie diese Änderung durch die Begründung, weshalb diese veränderten Nebenbedingungen (für hinreichend kleines $\varepsilon > 0$) im Lösungspunkt nicht aktiv sein können.

- b) Warum besitzt die Optimierungsaufgabe keine weiteren Lösungen?

— Programmieraufgabe —

(Wenn Sie Schwierigkeiten beim Programmieren haben,
melden Sie sich bitte frühzeitig persönlich oder per E-Mail bei Herrn Kontak.)

Aufgabe 29

- a) Implementieren Sie das *Newton-Verfahren für die Gleichungen in den KKT-Bedingungen* aus Algorithmus 2.31 aus der Vorlesung.

Vorschlag: Schreiben Sie dazu (falls Sie MATLAB/Octave benutzen) eine Funktion, die folgende Eingabeparameter enthält:

- Den Gradienten $\nabla_1 L$ und die Hesse-Matrix $\nabla_{11} L$ der Lagrange-Funktion als *function handles/anonyme Funktionen*, jeweils abhängig von den primalen und dualen Variablen,
- die Nebenbedingungen g und ihre Gradienten ∇g als vektorwertige *function handles/anonyme Funktionen*,
- die Dimension n und die Anzahl der Nebenbedingungen m , falls Sie diese benötigen,
- je einen Startwert x_0 für die primale bzw. u_0 für die duale Variable.

Lassen Sie in jedem Iterationsschritt n des Newton-Verfahrens die aktuelle Approximation (x_n, u_n) ausgeben.

b) Testen Sie Ihr Programm an der Optimierungsaufgabe

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 \rightarrow \min!,$$
$$\text{bei } g(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 - 4 \\ -x_1 - x_2 - 2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- i) Bestimmen Sie (analytisch) die lokalen Optimallösungen der Optimierungsaufgabe, die zugehörigen Lagrange-Parameter und aktiven Nebenbedingungen.
- ii) Lassen Sie ihr Programm für verschiedene Startwerte (x_0, u_0) laufen.
- iii) Konvergiert das Verfahren immer gegen eine der Optimallösungen? Entspricht die Konvergenzgeschwindigkeit Ihren Erwartungen? Finden Sie Startwerte, für die das Verfahren sehr langsam oder gar nicht konvergiert?