Nichtlineare Optimierung — Übungsblatt 9

Dr. Klaus Schönefeld | Department Mathematik
Max Kontak, M. Sc. | Fakultät IV, Universität Siegen
Wintersemester 2015/16 | **Zu bearbeiten bis zur Übung am 06.01.2016**

Aufgabe 33

Beweisen Sie die folgende Behauptung:

Für den Operator

$$\tilde{P}_1(x,u) = \begin{pmatrix} \nabla_1 L(x,u) \\ \min\{-g_1(x), u_1\} \\ \vdots \\ \min\{-g_m(x), u_m\} \end{pmatrix}$$

gilt $\tilde{P}_1(\bar{x},\bar{u}) = 0$ genau dann, wenn $(\bar{x},\bar{u})$ ein KKT-Punkt der NLOA (3.7) ist.

Definition. Der Punkt (x^*, u^*, r^*) mit $u^* \in \mathbb{R}^m_{\geq 0}$, $r^* \geq 0$, $x^* \in \mathbb{R}^m$ heißt *Fritz-John-Punkt* der NLOA (12) mit m Nebenbedingungen, falls

$$r^* \nabla f(x^*) + \sum_{i \in I_0(x^*)} u_i^* \nabla g_i(x^*) = 0$$

für $r^* + (u^*)^T u^* > 0$.

Aufgabe 34

Es sei x^* eine lokale Minimumsstelle der NLOA (12) mit stetig differenzierbarer Zielfunktion f. Weiterhin sei die Regularitätsbedingung (MFCQ) in x^* erfüllt.

a) Man zeige: Ist (x^*, u^*, r^*) ein Fritz-John-Punkt, dann gilt $r^* > 0$.

   Bemerkung: Es ist also (unter diesen Voraussetzungen) jeder Fritz-John-Punkt auch ein KKT-Punkt.

b) Man finde ein Gegenbeispiel zur obigen Aussage, wenn MFCQ nicht erfüllt ist.

Aufgabe 35

Zeigen Sie folgende geometrische Interpretation der Fritz-John-Bedinung:

(x^*, u^*, r^*) ist Fritz-John-Punkt genau dann, wenn $T^0(x^*) \cap F(x^*) = \emptyset$.

Dabei ist $F(x) := \left\{ d \in \mathbb{R}^n \;\middle|\; \nabla f(x)^T d < 0 \right\}$ der Kegel der Abstiegsrichtungen von f.

— Programmieraufgabe —

Aufgabe 36

Implementieren Sie das SQP-Verfahren aus Algorithmus 3.4, wobei Sie zur Lösung der quadratischen Aufgabe in jedem Schritt das Verfahren aus Aufgabe 32 benutzen können.

Testen Sie ihre Implementierung an den NLOA aus den Aufgaben 21 (für verschiedene t) und 26.