

Nichtlineare Optimierung — Übungsblatt 11

Dr. Klaus Schönefeld
Max Kontak, M. Sc.

Department Mathematik
Fakultät IV, Universität Siegen

Wintersemester 2015/16

Zu bearbeiten bis zur Übung am 20.01.2016

Aufgabe 41

Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen NCP-Funktionen sind:

(a) $N_1(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - x + y,$

(b) $N_2(x, y) = \frac{1}{2} (\min\{0, x - y\})^2 + xy,$

(c) $N_3(x, y) = |x + y| - x + y,$

(d) $N_4(x, y) = \min\{x, -y\},$

(e) $N_5(x, y) = (x + y)^2 - |x|x + |y|y,$

(f) $N_6(x, y) = \max\{-x, y\}.$

Aufgabe 42

Es sei $r \in \mathbb{N}$. Der Operator $P_5: \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^{n+m}$ sei gegeben durch

$$P_5(x, y) := \begin{pmatrix} \nabla f(x) + \frac{1}{r} \sum_{i=1}^m (\max\{0, y_i\})^r \nabla g_i(x) \\ g_1(x) + \frac{1}{r} (\max\{0, -y_1\})^r \\ \vdots \\ g_m(x) + \frac{1}{r} (\max\{0, -y_m\})^r \end{pmatrix}$$

Man gebe die Beziehungen zwischen den Nullstellen (x^*, u^*) von $P_5(x, y)$, denen von $P_3(x, u, t)$ und den KKT-Punkten der NLOA (3.7) an (mit Beweis!).

Welche Darstellung hat y^* ?

Unter welchen Voraussetzungen ist die Jacobi-Matrix von $P_5(x, y)$ an diesen Nullstellen regulär?

Aufgabe 43

Formulieren Sie das Newton-Verfahren für die Gleichung $P_5(x, y) = 0$. Welche Indexmengen können für eine vorteilhafte Dekomposition des linearen Gleichungssystems genutzt werden?

— Programmieraufgabe —

Aufgabe 44

Gegeben sei die NLOA

$$\begin{aligned} & x_1^3 + x_2^2 \rightarrow \min! \\ \text{bei } & -x_1^2 - x_2^2 + 10 \leq 0, \\ & x_1 \geq 1, \\ & x_2 \geq 1. \end{aligned}$$

Führen Sie die Schritte des Algorithmus 3.11 aus ($H_k = \nabla_{11}L(x^k, u^k)$) mit den Startwerten $x^0 = (2, 2)^T$, $u^0 = (1, 1, 1)^T$, $t^0 = (1, 1, 1)^T$.