

Nichtlineare Optimierung — Übungsblatt 4

Dr. Klaus Schönefeld
Naomi Schneider, M. Sc.
Wintersemester 2016/17

Department Mathematik
Fakultät IV, Universität Siegen
Zu bearbeiten bis zur Übung am 16.11.2016

Aufgabe 15

Es seien $A, B \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $c \in \mathbb{R}^n$. Durch Zurückführung auf das Lemma von Farkas beweise man, dass genau eines der beiden Systeme

- a) $Az \leq 0, Bz = 0, c^T z > 0,$
- b) $A^T v + B^T w = c, v \geq 0,$

lösbar ist.

Aufgabe 16

Gegeben sei die Menge

$$M = \{ x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 - x_3 \leq 1, x_1 - x_2 \leq -3, x_1 \leq 0, x_3 \geq 0 \}.$$

Benutzen Sie das Lemma von Farkas, um zu prüfen, ob M leer ist oder nicht.

Aufgabe 17

Ermitteln Sie den Abstand von

$$X = \{ x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 + x_2 \geq 4, 2x_1 + x_2 \geq 5 \}$$

zum Koordinatenursprung.

Aufgabe 18

Beweisen Sie den *Alternativsatz von Gordan*:

Für $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ist stets genau eines der beiden Systeme

- (i) $Ad < 0,$
- (ii) $A^T u = 0, u \geq 0, u \neq 0,$

lösbar.