

Theoretische Physik: Elektrodynamik

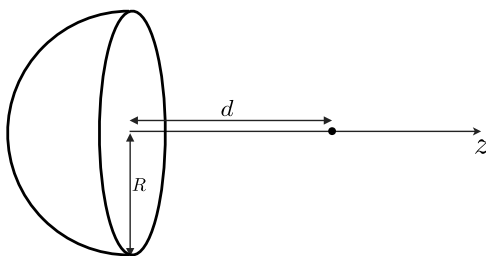
Übungsblatt 3

Vorlesung: Matthias Kleinmann, Übungen: Andreas Ketterer, Timo Simnacher, Fabian Bernards
Vorlesung: Di. 10–12 (D308) und Fr. 10–12 (D308), Übungen: Fr. 8–10 (D115, B030)

Zu bearbeiten bis Mittwoch, 02.05.2018 (Persönliche Abgabe in Büro B-102, B-105 oder B-106)

1. Potential einer Kugelschale (1+1+4+2 Punkte)

Ist eine Ladungsdichte auf eine Oberfläche begrenzt sprechen wir von einer Flächenladungsdichte und bezeichnen diese mit $\sigma(\mathbf{r})$. Im Folgenden betrachten wir eine Hälfte einer Kugelschale mit Radius R bei $\mathbf{r} = 0$ welche homogen mit einer Flächenladungsdichte σ_0 belegt sei. Die Ladungsdichte ist formal also durch $\rho(\mathbf{r}) = \sigma_0 \delta(|\mathbf{r}| - R)$ gegeben.



- Drücken Sie die Ladungsdichte aus durch $\rho(\mathbf{r}) = \sigma_0 \delta[\tau(\mathbf{r})]$, mit einer geeigneten Funktion $\tau(\mathbf{r})$ und berechnen Sie die Gesamtladung der halben Kugelschale.
- Berechnen Sie das Potential in einem Punkt der im Abstand d von der Öffnung der Kugelschale liegt (siehe Skizze).
- Berechnen Sie das elektrische Feld.

2. Zylinderkondensator (4+2 Punkte)

Gegeben sei ein Zylinderkondensator mit Innenradius a und Außenradius b an den eine Spannung $U = \phi(a) - \phi(b)$ angelegt sei.

- Berechnen Sie elektrisches Feld, elektrisches Potential und Kapazität pro Längeneinheit.
- Für welchen Wert von a wird die Feldstärke am Innenzylinder bei gegebenem U minimal?

3. Potential und Feld eines Dipols (2+3+1+3 Punkte)

Zwei Punktladungen $+q$ und $-q$ befinden sich im Abstand a zueinander.

- Zeigen Sie, dass das Potential für große Abstände vom Dipol, $|\mathbf{r}| \gg a$, wie folgt gegeben ist:

$$\phi(\mathbf{r}) \approx \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}|^3},$$

wobei $\mathbf{p} = \int \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) d^3r$ das Dipolmoment der Ladungsverteilung ist.

- Geben Sie das elektrische Potential in Kugelkoordinaten an und berechnen Sie daraus das elektrische Feld in Kugelkoordinaten.
- Skizzieren Sie Potential und Feld.
- Vergleichen Sie das Ergebnis für das elektrische Feld in Kugelkoordinaten mit der koordinatensystemunabhängigen Formel für das Dipolfeld,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{3(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p})\mathbf{r} - r^2 \mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}|^5}.$$