Jenseits von Gut und Böse

Mathematik, Informatik und die Frage nach der Verantwortung



Das Romseminar 2019

Arbeitsgemeinschaft Funktionalanalysis
Eberhard Karls Universität Tübingen

&

Funktionalanalysis und Philosophie der Mathematik
Universität Siegen

&

DreMatrix Gruppe der Fakultät Informatik/Mathematik
Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden

&

Arbeitsbereich Analysis
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

Organisation:

Markus Haase	<haase@math.uni-kiel.de>
Michael Korey	<michael.korey@skd.museum>
Kari Küster	<kaku@fa.uni-tuebingen.de>
Rainer Nagel	<rana@fa.uni-tuebingen.de>
Gregor Nickel	<nickel@mathematik.uni-siegen.de>
Markus Wacker	<wacker@informatik.htw-dresden.de>

Satz:

Gregor Giesen	<grgi@math.uni-tuebingen.de>

Internet:

https://www.romseminar.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort **1**

Programm **5**

1 Können ohne Wissen **7**
Mareike Schumacher, Carolin Flerlage, Carlos M. Perdomo C.

2 Wir können nicht wählen - Der Satz von Arrow **18**
Nils Krütgen

3 Islamische Erbteilung im Namen der Gerechtigkeit **25**
Dilek Tuncbilek Dere

4 KI - Eine nüchterne Perspektive **38**
Maximilian Weinberg und Antonia Vitt

5 Gesunder Roboterverstand **43**
Melina Reuter, Patricia Ahrens

6 Einer muss sterben – nur wer? **50**
Laura Zimmermann

7 Völlig losgelöst? Über die Schönheit der Mathematik und die Verantwortung der Kunst **55**
Kari Küster, David Reissfelder

8 Homo Empathicus - Warum wir ohne Empathie nicht (über-) leben können **71**
Georg Freitag

9 Abschluss **80**
Markus Wacker

Vorwort

> *[E]s ist den meisten Menschen heute ohnehin klar, daß die Mathematik wie ein Dämon in alle Anwendungen unseres Lebens gefahren ist (...) und daß die Mathematik die Quelle eines bösen Verstandes bilde, der den Menschen zwar zum Herrn der Erde, aber zum Sklaven der Maschine macht.*
>
> Robert Musil (1880 - 1942)

Auch wenn man die Analyse, die Robert Musil ja nur den "in ihrer Jugend- und Schulzeit schlechten Mathematikern" in den Mund legt, in ihrer negativen Einfärbung nicht teilt, so ist es doch unbestreitbar, dass Mathematik und Informatik in einem kaum zu überschätzenden Ausmaß die moderne Lebenswelt prägen. Die Frage nach einer verantwortlichen Gestaltung dieses Einflusses wird allerdings häufig mit dem Hinweis darauf abgewiesen, dass es in der Mathematik nur auf die Richtigkeit ihrer Theoreme ankäme, in der Informatik auf das korrekte Funktionieren ihrer Algorithmen – beide arbeiteten, so scheint es, 'jenseits von Gut und Böse'. So einfach wollten wir die Frage nach der Verantwortung der beiden Disziplinen allerdings nicht trivialisieren lassen. Und so hat das Romseminar 2019 die Rolle von Mathematik und Informatik in der Gesellschaft aufmerksam und kritisch in den Blick genommen. Dieser Blick zeigt dann eine Fülle von Themen und Problemfeldern, die eine genauere Analyse verdienen; in den Vorbereitungsseminaren und in Rom wurden u.a. die folgenden Fragen diskutiert:

- Was verbirgt sich technisch unter den verschiedenen Konzepten von 'künstlicher Intelligenz' und was prägt unseren persönlichen Umgang mit solchen KI-Systemen?
- Auf welche Weise wirken 'autonome' Maschinen – fahrerlose Autos sind hier nur das bekannteste Beispiel – und wer übernimmt die Verantwortung für deren Funktion bzw. Fehlfunktion?
- Welche Rolle spielten und spielen Mathematik und Informatik in der militärischen Forschung und in welcher Weise prägen sie die (moderne) Kriegführung?
- Welche Einsichten vermittelt eine mathematische Perspektive auf Fragen der Gerechtigkeit, etwa bei der Analyse von demokratischen Wahlverfahren oder gerechtem Teilen (etwa einer Erbschaft)?
- Welchen Einfluss haben Daten und Zahlen auf gesellschaftliche Umstände und politische Entscheidungen?

- Wie wirken sich moderne Kommunikationsmedien, 'soziale Netzwerke' etc. auf die Gestaltung liberaler Demokratien aus? Welche Möglichkeiten zur sozialen Kontrolle bieten sie für Diktaturen?

- Welche Rolle spielt die Mathematik für ein umfassendes Konzept von Bildung? Wird die aktuelle Formatierung des Mathematikunterrichts einem solchen gerecht?

Im Jahr 2019 wurde das vor einem Vierteljahrhundert in Tübingen begründete Romseminar bereits zum dreizehnten Mal in Kooperation der Hochschulen in Dresden, Siegen und Tübingen veranstaltet, zum vierten Mal war auch eine Gruppe aus Kiel dabei, sodass das Seminar nun Studierende aus allen vier Himmelsrichtungen Deutschlands zusammenführt. Der vorliegende Band enthält die schriftliche Ausarbeitung eines Teiles der im Romseminar 2019 gehaltenen Vorträge und repräsentiert so die Vielfalt der Themen.

Ein vielseitiges Begleitprogramm mit Begegnungen an sonst nicht öffentlich zugänglichen Orten in Rom bereicherte dieses insgesamt 24. Romseminar. Ein ganz besonderer Dank gilt in diesem Jahr dem scheidenden Direktor der *Deutschen Akademie Villa Massimo*, Dr. Joachim Blüher. Seit dem Jahr 2004 durfte das Romseminar immer wieder die Gastfreundschaft dieser von der Bundesrepublik Deutschland getragenen Kunstakademie genießen, und jedes Jahr aufs Neue konnten wir beim Spaziergang über das Gelände der Villa weitere faszinierende Details aus Geschichte und Gegenwart der Akademie aus dem Munde ihres Direktors erfahren. Mit einem kleinen – auch wehmütigen – Rückblick und einem Präsentkorb aus unseren Heimat-Regionen haben wir uns von Joachim Blüher in Rom verabschiedet. Die Gelegenheit seines Forschungsaufenthaltes in Rom nutzend, durften wir einen tiefgründigen Gastvortrag des Philosophen Prof. Dr. Michael Bongardt (Siegen) in unser Programm aufnehmen, für den wir nochmals herzlich danken. Einem weiteren Gastreferenten, Dr. Robert Görke, danken wir für Einblicke in die Praxis des *Ratings* der "Kreditwürdigkeit". Schließlich danken wir dem Souveränen Malteserorden, insbesondere dem Kabinettchef des Großkanzlers, Herrn Ivo Granziano, für den Empfang auf dem Aventin und die interessanten Einblicke in die Arbeit des Malteserordens: für die Geschichte des Romseminars war dies eine echte Premiere.

Das Romseminar durfte auch im Jahr 2019 die bewährte Gastfreundschaft weiterer römischer Institutionen genießen und auf diese Weise verschiedene Facetten der Stadt erkunden. Im Einzelnen gilt unser Dank neben den bereits erwähnten Institutionen dem *Istituto Italiano di Studi Germanici – Villa Sciarra* und vor allem der traditionsreichen *Accademia Nazionale dei Lincei*, unserem zentralen Tagungsort.

Für die finanzielle Unterstützung danken wir schließlich dem DAAD, dem Departement Mathematik der Universität Siegen, dem Mathematischen Institut der

Universität Tübingen, dem Akademischen Auslandsamt und der Fakultät Informatik der HTW Dresden, der Helga und Martin Lowsky-Stiftung (Kiel), der Firma d-fine sowie den großzügigen Spendern unter den ehemaligen Teilnehmern des Romseminars.

Markus Haase	Rainer Nagel	Gregor Nickel	Markus Wacker	Michael Korey
Kiel	Tübingen	Siegen	Dresden	Dresden

Romseminar 2019

Jenseits von Gut und Böse?

Mathematik, Informatik und die Frage nach der Verantwortung

24. Februar bis 3. März 2019

[E]s ist den meisten Menschen heute ohnehin klar, daß die Mathematik wie ein Dämon in alle Anwendungen unseres Lebens gefahren ist (...) und daß die Mathematik die Quelle eines bösen Verstandes bilde, der den Menschen zwar zum Herrn der Erde, aber zum Sklaven der Maschine macht.

Robert Musil (1880–1942)

Programm

Sonntag, 24. Februar 2019

Ankunft in Rom, Bezug der Unterkunft

19^{30} Treffpunkt im Foyer der Unterkunft, Kennenlernen beim Abendessen (Pizzeria Wanted)

Montag, 25. Februar 2019 – Accademia dei Lincei

9^{30} Begrüßung, Vorstellungsrunde

10^{30} **Paul Wolff, Johann Ludwig:** *Computer, ich bin deprimiert – Einfluss von digitalen Figuren auf unser Leben*

11^{45} **Georg Freitag:** *Homo Empathicus – warum die Menschheit nicht ohne Empathie (über-)leben kann*

12^{45} – Mittagspause –

14^{00} **Antonia Vitt, Maximilian Weinberg:** *KI – eine nüchterne Perspektive*

15^{15} **Dilek Tuncbilek Dere:** *Tot – was nun? Islamische Erbteilung im Namen der Gerechtigkeit*

16^{30} Spaziergang durch Rom

18^{30} Cena (Pizzeria Da Baffetto)

Dienstag, 26. Februar 2019 – Istituto Italiano di Studi Germanici – Villa Sciarra

9^{30} **Patrick Hermle:** *In der Sache Oppenheimers – Über die Atombombe und ihre gesellschaftlichen Konsequenzen*

10^{30} **Simon Monscheuer:** *Nuklearpoker für Dummies – Ein Realitätsupdate*

11^{30} **Katrin Kunz:** *Silicon Valley auf Schwäbisch – Revolte im Neckartal*

12^{30} – Mittagspause –

13^{45} **Jochen Schier:** *(R)Evolution der Maschinen – Verantwortung bei der Entwicklung Künstlicher Intelligenzen*

14^{45} **Laura Zimmermann:** *Künstliche Intelligenz – Chauffeur der Zukunft*

15^{45} **Patricia Ahrens, Melina Reuter:** *Gesunder Roboterverstand – Künstliche Intelligenz im Gesundheitswesen*

Mittwoch, 27. Februar 2019 – Deutsche Akademie Rom Villa Massimo

9^{30} **Dr. Joachim Blüher (Villa Massimo):** *Führung durch die Villa Massimo*

10^{30} **Prof. Dr. Michael Bongardt:** *Hat Wissenschaft Verantwortung? Und wenn ja, welche?*

11^{45} **Kari Küster, David Reißfelder:** *Völlig losgelöst? Über die Schönheit der Mathematik und die Verantwortung der Kunst*

13^{00} – Mittagspause –

14^{00} **Mareike Schumacher, Carolin Flerlage, Carlos Perdomo Cabrera:** *Können ohne Wissen? – Verantwortung im kompetenzorientierten Mathematikunterricht*

16^{00} Verabschiedung von Herrn Dr. Blüher und Kleinkunstbühne

Donnerstag, 28. Februar 2019 – Accademia dei Lincei – Villa del Priorato di Malta – Il Rosario

09^{00} **Dr. Robert Görke:** *Ratingsysteme – Mechanismen zwischen Fatalismus, Prävention und Teufelskreis*

10^{15} **Lovis Wagner:** *Metropolis und andere Nichtorte – Von Utopien, dem Wert des Menschen und der Wissenschaft*

11^{15} **Jens Borgemeister:** *Social Credit Point System in China – Eine gute Idee?*

12^{15} **Kevin Musielak:** *Brauchen wir rationale Politik?*

13^{15} – Mittagspause und Ortswechsel –

15^{00} Treffen und Diskussion mit Vertretern des Souveränen Malteserordens

20^{00} **Markus Haase, Michael Korey, Alexander Schnurr, Markus Wacker:** *Mathematik ist Tapferkeitsluxus der reinen Ratio – Literarisches jenseits von Gut und Böse*

Freitag, 1. März 2019 – Accademia dei Lincei – Vatikanische Nekropole

09^{15} **Nils Krütgen, Jannis Kaesler:** *Wir können nicht wählen – Wahlsysteme in Theorie und Praxis*

10^{30} Abschlussgespräche

12^{15} – Mittagspause und Ortswechsel –

13^{45} Führung durch das Petrusgrab, 1. Gruppe

14^{00} Führung durch das Petrusgrab, 2. Gruppe

20^{00} Cena sociale (Trattoria Gino e Pietro)

Samstag, 2. März 2019 – Domus Romane di Palazzo Valentini

11^{00} Führung durch die Domus Romane, 1. Gruppe

13^{00} Führung durch die Domus Romane, 2. Gruppe

Sonntag, 3. März 2019

Abreise

Können ohne Wissen - Verantwortung im kompetenzorientierten Mathematikunterricht

Mareike Schumacher, Carolin Flerlage, Carlos Marcel Perdomo C.



Der Titel des diesjährigen Rom-Seminars „Jenseits von Gut und Böse - Mathematik, Informatik und die Frage nach der Verantwortung“ hat uns direkt über die Verantwortung, welche wir als Lehrerinnen für Mathematik in einigen Jahren tragen werden, nachdenken lassen. Zunächst sind uns nur relativ „direkte“ Verantwortungen eingefallen, zum Beispiel dass es in unserer Verantwortung liegt, Schülerinnen und Schülern alle mathematischen Fähigkeiten, die sie für ein selbständiges Leben und gesellschaftliche Teilhabe brauchen, zu vermitteln.

Damit war eine erste Idee für unseren Vortrag entstanden.
Bei der Suche nach einem konkreten Thema, Inhalten und Fragestellungen für unseren Vortrag, wobei wir über die Rolle eine Lehrkraft im 21. Jahrhundert bis zur Frage nach der Legitimation von Mathematikunterricht überhaupt diverse Schwerpunkte diskutiert haben, sind wir schließlich bei dem kompetenzorientierten Unterricht hängen geblieben. Durch die Diskussion in der Seminar-Runde, einem generellen Interesse an der Lehre und aufgrund eigener Erfahrungen aus Schule und Studium hat sich auch Carlos Marcel für dieses Thema begeistern können. Sodass wir uns schließlich für den Titel „Können ohne Wissen? - Verantwortung im kompetenzorientierten Mathematikunterricht“ entschieden haben.
Unser Vortrag gliedert sich in drei Abschnitte. Zunächst haben wir die Verantwortung, kompetenzorientiert zu unterrichten thematisiert, woran sich eine Diskussion der Verantwortung, die Kompetenzen zu hinterfragen, anschließt. Abschließend soll dann die Verantwortung, kompetent weiter zu denken, den Betrachtungsgegenstand bilden.

Die Verantwortung, kompetenzorientiert zu unterrichten

Die PISA-Studien der OECD *(Organisation for Economic Cooperation and Development)* werden seit 2000 im Abstand von drei Jahren in den Mitgliedsländern und zunehmend mehr Partnerstaaten durchgeführt. Die im internationalen Vergleich eher durchschnittlichen Ergebnisse Deutschlands (siehe Abb. 1.1) lösten Ende 2001 eine Debatte über das deutsche Schulsystem aus, man spricht bis heute vom sogenannten „PISA-Schock”.

Land	Mathematik					
	2000	2003	2006	2009	2012	2015
Deutschland	490 (20)	503 (16)	504 (14)	513 (10)	514 (16)	506 (16)
Luxemburg	446 (26)	493 (20)	490 (22)	489 (24)	490 (29)	486 (33)
Österreich	515 (11)	506 (15)	505 (13)	496 (18)	506 (18)	497 (20)
Schweiz	529 (7)	527 (7)	530 (4)	534 (3)	531 (9)	521 (8)
Belgien	520 (9)	529 (6)	520 (8)	515 (8)	515 (15)	507 (15)
Finnland	536 (4)	544 (1)	548 (1)	541 (2)	519 (12)	511 (12)
Frankreich	517 (10)	511 (13)	496 (17)	497 (16)	495 (25)	493 (26)
Italien	457 (24)	466 (26)	462 (27)	483 (29)	485 (32)	490 (30)
Japan	557 (1)	534 (4)	523 (6)	529 (4)	536 (7)	532 (5)
Kanada	533 (6)	532 (5)	527 (5)	527 (5)	518 (13)	516 (10)
Mexiko	387 (27)	385 (29)	406 (30)	419 (34)	413 (53)	408 (58)
Niederlande	disq.	538 (3)	531 (3)	526 (6)	523 (10)	512 (11)
Türkei	k. T.	423 (28)	424 (29)	445 (32)	448 (44)	420 (51)
Vereinigte Staaten	493 (19)	483 (24)	474 (25)	487 (25)	481 (36)	470 (39)

Abbildung 1.1: Mittelwert der Schülerleistung mit OECD-Ranglistenplatz in Klammern. Zusammengestellt aus PISA-Berichten 2000-2015

Die Folge war die Einführung der Bildungsstandards ab 2003, die nicht mehr, wie vorhergehende Lehrpläne „Input"-orientiert sind, also vorgeben, welche Themen wann und in welchem Umfang behandelt werden sollen, sondern das gewünschte Ergebnis, also die sogenannten Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler am Ende besitzen sollen, vorgeben [WCR10] [Neu04]. Diese wurden bundesweit eingeführt und ordnen den Mathematikunterricht in fünf Leitideen

L1 Zahl (bzw. Algorithmus und Zahl)

L2 Messen

L3 Raum und Form

L4 Funktionaler Zusammenhang

L5 Daten und Zufall

und sechs sogenannte Kompetenzen ein.

K1 Mathematisch argumentieren
Hier ist sowohl die aktive Seite, also das Bilden von Argumentationsketten, als auch die passive Seite, also das Verstehen und Bewerten vorliegender Argumentationen gemeint.

K2 Probleme mathematisch lösen
Diese Kompetenz ist erforderlich, wenn ein Lösungsweg nicht offensichtlich ist, sondern selbst erarbeitet werden muss. Zum Beispiel indem man ein großes Problem in mehrere kleine, leichtere, zerlegt, sich Skizzen macht, Analogien sucht etc.

K3 Mathematisch modellieren
Es geht sowohl darum, eigene Modelle zu erstellen, also eine realitätsbezogene Situation mit mathematischen Mitteln zu beschreiben, sowie vorhandene Modelle zu bewerten.

K4 Mathematische Darstellungen verwenden
Auch hier ist sowohl der aktive, als auch der passive Part gemeint, also Darstellungen selbst zu erzeugen, oder mit ihnen zu arbeiten. Mathematische Darstellungen können graphische, wie Skizzen oder Diagramme, Formeln, oder sprachliche Darstellungen sein.

K5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
Bei dieser Kompetenz geht es um das Kennen und Anwenden von Definitionen, Regeln und Algorithmen, das Verwenden von Hilfsmitteln wie einer Formelsammlung und das Umgehen mit Variablen, Gleichungen und Funktionen.

K6 Mathematisch kommunizieren
Beim mathematischen Kommunizieren geht es einerseits um das Verstehen von mathematischen Texten oder mündlichen Äußerungen, und andererseits um das Produzieren von verständlichen und fachlich korrekten Lösungswegen und Erklärungen. Als Abgrenzung zu K1 gibt es hier zum Beispiel einen Adressaten, dem ein Zusammenhang erklärt werden soll und es steht im Allgemeinen mehr die sprachliche Ausführung im Vordergrund.

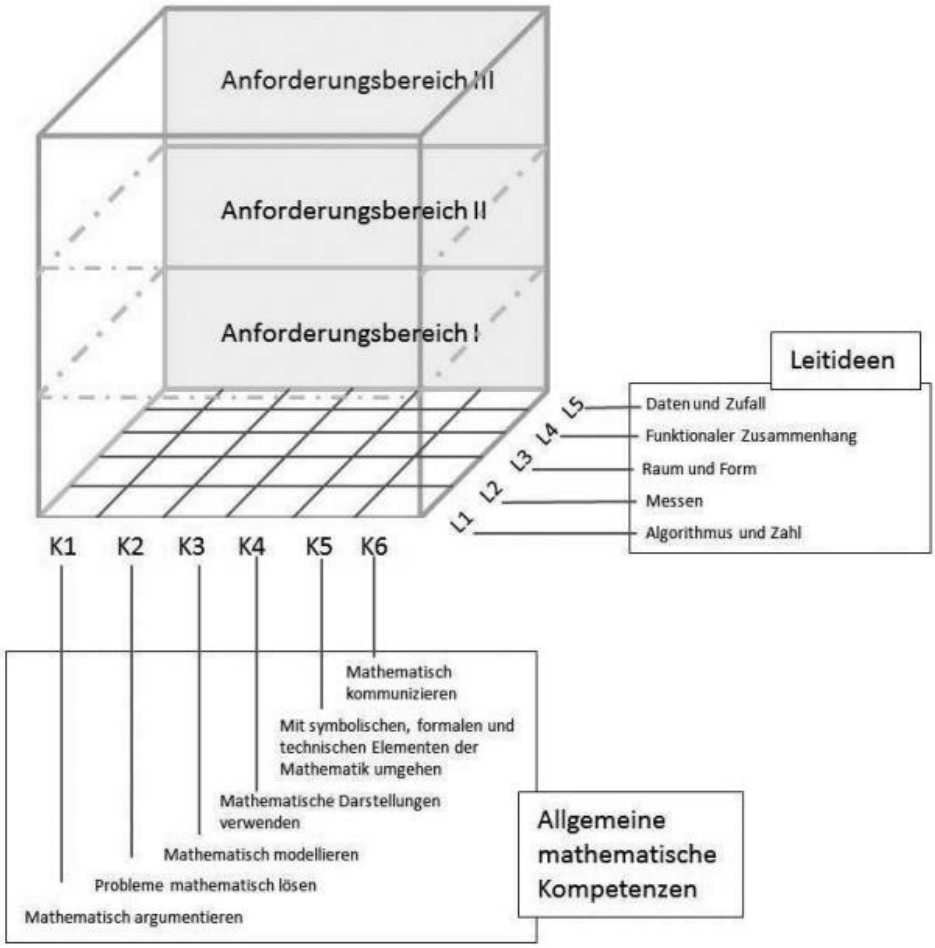


Abbildung 1.2: Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012)

Außerdem wird die Schwierigkeit einer Aufgaben aufsteigend in die drei Anforderungsbereiche

1. Reproduzieren
2. Zusammenhänge herstellen
3. Verallgemeinern und Reflektieren

unterteilt. So lässt sich jede Aufgabe dreidimensional nach Leitidee, benötigter Kompetenz und Anforderungsbereich, also Schwierigkeit, einordnen (siehe Abb. 1.2).
Insgesamt liegt es nun in der Pflicht einer Lehrkraft, den Unterricht auf diese Kompetenzorientierung auszurichten und Aufgaben beziehungsweise Klausuren dementsprechend zu gestalten.

Die Verantwortung, die „Kompetenzen" zu hinterfragen

Obwohl sich Deutschland in der PISA Studie in den Jahren 2000 - 2015 verbessert hat, sinkt das Mathematikniveau bei Studienanfängern an deutschen Hochschulen. Die Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule schreibt, dass bei einem Großteil der Studierenden bei Studienbeginn viele mathematische Grundkenntnisse und -fertigkeiten sowie konzeptuelles Verständnis mathematischer Inhalte fehle. Die reduzierte Stundenanzahl in Mathematik, die Abschaffung der Leistungskurse und die steigende Anzahl an Schülerinnen und Schülern eines Jahrgangs, die Abitur machen wollen und sollen sind laut Kommission Schule-Hochschule Gründe für das sinkende Mathematikniveau. Als weitere Gründe wird die Konkurrenz vom Fach Mathematik zu anderen Fächern der Allgemeinbildung und die gesenkten Ansprüche der Kultusbürokratie, die gleichzeitig neue Inhalte eingeführt hat, genannt.[Mat17]
Viele Mathematikdidaktikerinnen und –didaktiker sehen den Hauptgrund für das sinkende Mathematikniveau jedoch in der Kompetenzorientierung und verfassten im März 2017 den sogenannten „Brandbrief", der eine heftige Diskussion anstieß. Der Brandbrief war unter anderem an die Kultusministerkonferenz der Länder (KMK) adressiert und hatte 130 Erstunterzeichner.[bri17] Die Kompetenzorientierung wird kritisiert, da diese zu einer Ausdünnung des Schulstoffes führe, sodass kein ausreichendes Vorwissen für ein WiMINT-Studium vorhanden sei. Außerdem komme es nur zu einer oberflächlichen Vermittlung der Inhalte und eine tiefgehende Vernetzung bleibe aus. In dem Brandbrief wird gefordert, dass

1. Deutschlands Schulen wieder zu einer an fachlichen Inhalten orientierten Mathematikausbildung zurückkehren können,

2. die Verantwortung für die gründliche Übung und Wiederholung des genannten Mittelstufenstoffes wieder uneingeschränkt von den Schulen übernommen wird,

3. wichtige Grundlageninhalte wie Bruch- und Wurzelgleichungen, Potenzen mit rationalen Exponenten, ausreichend Elementargeometrie und Trigonometrie wieder in die Lehrpläne aufgenommen werden,

4. der Einsatz von Taschenrechnern und Computeralgebra-Systemen (CAS) die wichtige Phase des Einübens der elementaren und symbolischen Rechentechniken nicht beeinträchtigt,

5. symbolische, formale und technische Elemente der Mathematik und abstrakte Inhalte stärker gewichtet werden,

6. die Abiturklausuren anstelle von Modellierungsaufgaben wieder Aufgaben mit inhaltlich-fachlicher Ausrichtung enthalten, die auch international üblich und anerkannt sind.

Die Reaktionen waren gespalten. Die einen sehen die Kompetenzorientierung als Hauptgrund für das sinkende Mathematikniveau zum Studienbeginn und fordern die Abschaffung der Kompetenzorientierung. Die anderen sehen die Kompetenzorientierung als Hauptgrund für die verbesserten PISA Ergebnisse und argumentieren, dass es Zeit brauche, bis diese positive Entwicklung in der Phase des Studienbeginns bemerkbar sei.

Die beiden Mathematikdidaktiker Ysette Weiss und Rainer Kaenders, beide Erstunterzeichner des Brandbriefes, verfassten im September 2018 den Artikel „Die Kompetenzfalle" als Reaktion auf die Reaktion auf den Brandbrief.[WK18] Im Folgenden sollen nun ihre wesentlichen Punkte erläutert werden, um die Kritik an der Kompetenzorientierung deutlich

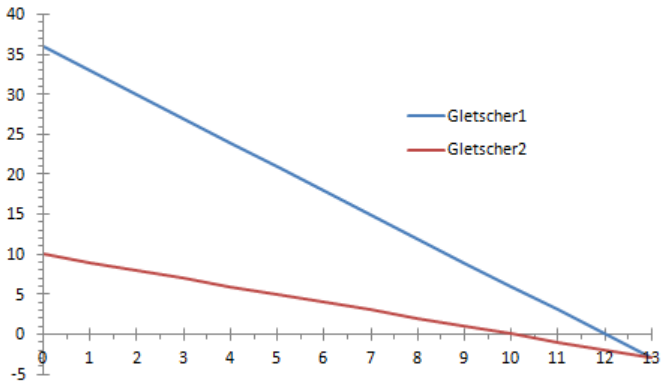
zu machen. Denn wer sollte etwas dagegen haben, dass Schülerinnen und Schüler kompetent werden?
Um diese Frage zu beantworten, wird zunächst der Kompetenzbegriff an sich unter die Lupe genommen. Der Begriff stammt aus der quantitativ arbeitenden angewandten Psychologie, die eine bedingungslose Fokussierung auf messbaren Output hat. Diese Outputorientierung deckt sich mit den Bildungsstandards Mathematik, denn dort steht im Vorwort:

> „Bildungsstandards mit ihrem Bezug zu Schülerkompetenzen sind explizit so formuliert, dass sie mit Hilfe entsprechender Aufgaben bzw. Tests überprüft werden können."

Dies bedeutet also anders formuliert, dass eine Schülerin oder ein Schüler genau dann als kompetent gilt, wenn die erwartete Lösung gegeben wird. Es kommt also nicht darauf an, ob der Lernende einem Gegenstand gerecht wird. Es genügt, wenn er den Erwartungen der Beobachter entspricht.
Unter diesem Begriffsverständnis von Kompetenzorientierung ist die Kritik verständlicher. Durch die Outputorientierung kommt es leicht zu einer Entfremdung vom eigentlichen Inhalt und eine Vernetzung und ein tiefgehendes Verständnis von mathematischen Zusammenhängen wird erschwert oder sogar unmöglich. So sollten beispielsweise in Nordrhein-Westfalen die Lernenden die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion benennen können, ohne die Kosinusfunktion selbst zu kennen.
Eng verbunden mit der Outputorientierung sind die sogenannten „Operatoren". Operatoren sind standardisierte Arbeitsanweisungen, nach denen Aufgaben in einem bestimmten Muster zu bearbeiten sind. Erst die Standardisierung durch die Operatoren ermöglicht die Outputmessung. Doch dabei entsteht die Gefahr, dass die Operatoren die Lernenden davon entbinden, über die Sinnhaftigkeit ihrer Aufgaben nachzudenken. Die folgende Aufgabe verdeutlicht die Gefahr der Operatoren.

Die Gletscheraufgabe

Forscher haben festgestellt, dass Gletscher unterschiedlich schnell schmelzen. Gletscher 1 ist mit einer Eisschicht von 36 m^3 bedeckt, diese schmilzt um 3 m^3 pro Jahr. Gletscher 2 ist mit einer Eisschicht von 10 m^3 bedeckt, diese schmilzt um 1 m^3 pro Jahr. Berechne den Zeitpunkt, an dem das Volumen der Gletscher gleich groß ist?



Bei der Gletscheraufgabe schneiden sich die „Schmelzgeraden" im negativen Bereich. Oft wird jedoch nur noch die Schnittpunktberechnung als Standardverfahren durchgeführt, das durch den Operator vorgegebenen wird. Im Anschluss wird nicht hinterfragt, ob ein negativer Schnittpunkt in diesem Kontext Sinn ergibt. Dazu kommt, dass der Kontext in Schulmathematikaufgaben meistens irgendwie um die Aufgabe gebaut ist, ohne wirklich realitätsnah zu sein.

Dies führt zu der Kritik an Modellierungsaufgaben. Im Brandbrief wurde gefordert, dass in Abiturklausuren keine Modellierungsaufgaben, sondern Aufgaben mit inhaltlich-fachlicher Ausrichtung enthalten sein sollen. Dies hat den einfachen Grund, dass wirkliche Modellierungsaufgaben hohe Anstrengung, viel Zeit und Einarbeitung in einen fächerübergreifenden Kontext erfordern. Stattdessen werden Modellierungen bereits in der Aufgabe so vorgenommen, dass es zum Unterrichtsinhalt passt. Als Beispiel folgt die erste Aufgabe aus der Abiturklausur für den Grundkurs in Hessen im Jahr 2009.[Bau13]

Abitur 2009 Mathematik GK Infinitesimalrechnung Aufgabe A1

Teilaufgabe 1. (12 BE)

Ein Bauunternehmen baut an Schienenstrecken Lärmschutzwälle, die die angrenzenden Wohngebiete vor Fahrgeräuschen schützen sollen.
Das Profil eines solchen Walls und des sich anschließenden Abflussgrabens ist im Intervall $[0;7]$ nach der Funktionsgleichung $g(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{13}{12}x^2 + \frac{7}{2}x$ (x in Metern) geformt, wobei die x-Achse das waagrechte Gelände darstellt. Bestimmen Sie die Höhe und Breite des Lärmschutzwalls sowie die Tiefe und Breite des rechts neben dem Wall liegenden Abflussgrabens und skizzieren Sie dann das Gesamtprofil in einem Koordinatensystem (alle Endergebnisse sind in der Einheit m, auf cm genau anzugeben).

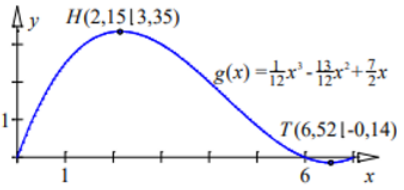


Abb. 1: Lärmschutzwall laut Abituraufgabe „Lärmschutzwallprofil“

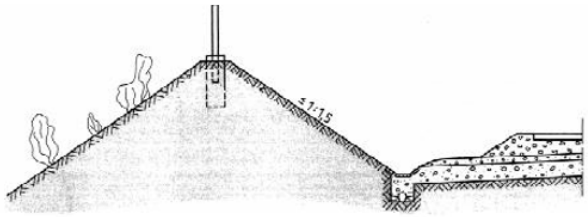


Abb. 2: Lärmschutzwallprofil nach WENDEHORST, Bautechnische Zahlentafeln [6]

An der obigen Abituraufgabe wird sehr deutlich, dass es nicht um den Lärmschutzwall geht, sondern um die Kurvendiskussion einer Funktion dritten Grades. Der mathematische Inhalt ist lediglich in den Kontext „Lärmschutzwall” gezwängt worden und die Aufgabe ist damit weit entfernt von einer echten Modellierungsaufgabe.
Insgesamt zeigt die Kritik an der Kompetenzorientierung, unabhängig ob man Befürworter oder Gegner des neuen Konzeptes ist, dass eine Lehrkraft in der Verantwortung steht, die Kompetenzen zu hinterfragen. Dadurch werden die Gefahren der Outputorientierung wie die Entfremdung vom Inhalt, die unreflektierte Ausführung der Operatoren und die künstlich erzeugten Modellierungsaufgaben deutlich. Eine Mathematiklehrkraft sollte also auf die inhaltliche Stimmigkeit der Themen achten, damit eine tiefgehende Beschäftigung mit Inhalten und eine Vernetzung der mathematischen Strukturen ermöglicht wird. Außerdem sollten die Operatoren reflektiert eingesetzt und die Gefahren auch explizit mit den Lernenden diskutiert werden. Ebenso könnten beispielsweise in Projekten echte Modellierungen in Zusammenarbeit mit anderen Fächern erarbeitet werden. Insgesamt dürfen die zentralen Prüfungen nicht zum geheimen Lehrplan werden. Denn was haben wir davon, wenn Deutschland in PISA besser abschneidet, nur weil die Schüler die erwarteten Lösungen aufschreiben können ohne aber das Wissen über den mathematischen Hintergrund zu haben.

Die Verantwortung, kompetent weiter zu denken

Abschließend soll noch eine mögliche Alternative für die Gestaltung des Mathematikunterrichts diskutiert werden. Susanne Prediger (Professorin für Grundlagen der Mathematikdidaktik am Institut für Erforschung und Entwicklung des Mathematikunterrichts der TU Dortmund) erläutert in ihrem Artikel: „Was hat die Exponentialfunktion mit mir zu tun? - Wege zur Nachdenklichkeit im Mathematikunterricht“ einige Ideen für einen anderen Mathematikunterricht [Pre05]. Ihre Argumentation gründet auch Prediger auf die PISA Studie oder genauer auf die Konzeption „mathematischer Grundbildung“ (mathematical literacy), welche der PISA-Studie zugrunde liegt. Was zunächst, mit Blick auf das eben Diskutierte, widersprüchlich erscheint, ist bei Betrachtung der wörtlichen Defintion von „mathematischer Grundbildung“ doch klar. Bei PISA heißt es: „Mathematische Grundbildung ist die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und zukünftigen Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierenden Bürger entspricht.“ Susanne Prediger legt dies so aus, dass es auch Aufgabe des Mathematikunterrichtes ist, das „Nachdenken über Mathematik und ihre Rolle als Zugang zur Welt“ zu thematisieren. Man kann nur vermuten, dass dieser Aspekt, obwohl er bei PISA so deutlich formuliert wird, in den Bildungsstandards deshalb nicht aufgenommen wurde, weil das Verständnis von Mathematik als „Zugang zur Welt“ nur schwer überprüfbar ist, und daher mit der starken Outputorientierung im Konflikt steht. Nach Prediger soll es also ebenso Ziel des Unterrichtes sein, die Nachdenklichkeit in Bezug auf Mathematik selbst anzuregen. Um den Kritikern, welche bemängeln, dass das Nachdenken über Mathematik die Schülerinnen und Schüler intellektuell überfordern würde, zu begegnen, verweist Prediger auf vier Ebenen des Nachdenkens und Sprechens über Mathematik. Michael Neubrand (Professor für Mathematikdidaktik in Oldenburg) hat diese bereits 1990 konzipiert. Um die Inhalte dieser Dimensionen zu konkretisieren, bieten sich Fragen, welche auf diesen vier Ebenen gestellt werden könnten, an.

1. Ebene der mathematischen Gegenstände (Wurde die Rechenregel richtig angewandt?)
2. Ebene des bewussten Handwerkens (Welche Gesetzmäßigkeiten rechtfertigen diese Umformung?)
3. Ebene des Hinterfragens mathematischen Arbeitens (Ist diese Mathematisierung der Problemstellung angemessen?)
4. Wissenschaftstheoretische Ebene (Welcher Natur sind die mathematischen Gegenstände?)

Die wesentliche Aufgabe der Lehrkraft bestünde also darin, im Unterricht die Nachdenklichkeit über solche Fragen anzuregen. Wie diese Nachdenklichkeit gefördert werden kann, soll im Folgenden thematisiert werden. Zunächst ist festzuhalten, dass Nachdenklichkeit selbst sich nicht direkt vermitteln lässt. Schülerinnen und Schüler können zwar Inhalte des Nachdenkens lernen z.B. indem sie die Antworten auf die Fragen lernen, aber die Grundhaltung der Nachdenklichkeit lässt sich nicht, wie z.B. Inhalte fachlicher Natur „beibringen“. Lehrende können aber Angebote machen, die zum Nachdenken über Mathematik anregen. Das zentrale Instrument im Mathematikunterricht, nämlich die Aufgaben, bieten besonderes Potential. So sind z.B. offene Aufgaben mit mehreren Lösungswegen, sowie „Fehlersuchaufgaben“ geeignet, um nachdenkliche Fragen überhaupt im Unterricht auftauchen zu lassen. An dieser Stelle muss allerdings bemerkt werden, dass echte Nachdenklichkeit nicht nur beinhaltet auf

mehr oder weniger konkret vorgegebene Fragen des Lehrenden zu antworten, sondern selbst Fragen zu formulieren und diesen nachzugehen. Es bleibt also zu überlegen, in Anbetracht der Tatsache, dass die Motivation der Lernenden selbstständig „nachzudenken“ nur gering ist, wie ebenderen Bereitschaft zur Nachdenklichkeit aufgebaut werden kann. Voraussetzung dafür, dass es im Unterricht Raum für Fragen der Schülerinnen und Schüler gibt, ist eine vertrauensvolle Unterrichtskultur. Das bedeutet, eine Situation zu schaffen, in der Schülerfragen erwünscht sind, mit Fehlern konstruktiv umgegangen und Neugierde und Interesse aufgebaut wird. Darüber hinaus liegt es in der Verantwortung der Lehrkraft, die Chancen zu einem nachdenklichen Gespräch zu nutzen, welche sich in einer Unterrichtssituation ergeben. An dieser Stelle soll ein Beispiel betrachtet werden.

„Cornelia hatte, im Rahmen einer Hausaufgabe, unter ordnungsgemäßer Anwendung der Bruchrechenregeln die Zahl 2 durch dividiert und kam dann zu mir, weil sie sich über die 8 als Ergebnis wunderte. Wieso konnte das Ergebnis größer sein als der Dividend? Sie hatte doch ‚geteilt'! Ich versuchte ihr einsichtig zu machen, weshalb das (im Bereich positiver Zahlen) bei Division durch Zahlen, die kleiner als 1 sind, so sein muß. Als Gegenbeispiel hielt sie mir vor, wenn sie einen Apfel ‚in Viertel' teile, seien die Stücke aber kleiner als der Apfel. Ich wies sie auf den Unterschied zwischen ‚teilen in' und ‚teilen durch' hin. Abschließend meinte sie: ‚Okay, ich weiß jetzt, wie man das rechnen muß. Aber du willst mir doch wohl nicht weismachen, daß man in Mathematik logisch denkt!“ (verändert nach Heymann 1996, S. 206)

Für diese Schülerin ist Dividieren offenbar nur mit der Grundvorstellung des Aufteilens verbunden. Ihr Begriffsverständnis bezüglich dieser Rechenoperation ist also noch zu eng gefasst. Eine Möglichkeit zur Lösung bzw. Erweiterung ihres Begriffsverständnisses wäre, ihr zunächst die Grundvorstellung des „Passens in“ zu erläutern. Anschließend bietet sich hier die Möglichkeit, über den Sinn der Verallgemeinerung von mathematischen Operationen zu sprechen. Dazu gehört zum Beispiel, dass mit einer mathematischen Operation verschiedene Grundvorstellungen abgedeckt werden können. Solche Situationen müssen wahrgenommen werden, denn dadurch erfahren die Lernenden, dass Ihre Fragen und Diskussionen ernstgenommen werden und es ermutigt sie, weiter Fragen zu stellen und so bei sich die Reflexion im eigenen Denken zu verankern.

Damit die Lehrkraft Situationen zur Reflexion aufgreifen kann, muss sie sich jedoch darüber im Klaren sein, welche verschiedenen Arten von Reflexion es gibt. Dazu gehören unter anderem auch die Selbst- und Sinnreflexion, darunter versteht man, die Auseinandersetzung mit Fragen wie „Wozu sollen wir das lernen?“ oder „Was bedeuten die Inhalte für mich?“. Dabei kann die Selbst- und Sinnreflexion nach Prediger dazu beitragen, dass die Lernenden „authentische Betroffenheit für ein Thema empfinden“ und dadurch dann eine echte Haltung der Nachdenklichkeit entsteht. Es muss natürlich beachtet werden, dass es Schülerinnen und Schüler gibt, die auch ohne Selbstreflexion über Mathematik nachdenken. Die Reflexion stellt eher für diejenigen Lernenden, welche von sich aus das Nachdenken vermeiden oder es sich in Mathematik nicht zutrauen, eine Möglichkeit dar, zur Nachdenklichkeit zu finden. Insbesondere diese Schülerinnen und Schüler müssen aber erreicht werden. Allerdings ist die Selbstreflexion im deutschen Mathematikunterricht - im Gegensatz zu anderen Fächern - bisher kaum etabliert. Dies liegt an dem Wesen der Mathematik selbst. Die Mathematik, als universelle Sprache, ist entpersonalisiert, es gibt kaum individualisierte Zugänge zum Fach und somit auch keine offensichtlichen Ansätze zur Selbstreflexion.

Abschließend ist es wichtig zu beachten, dass es entscheidend ist, als Lehrender auf Fragen der Lernenden überzeugend zu antworten. Damit dies gelingen kann, sollten allgemeine „große“ Fragen in spezifischere kleinere Fragen zerlegt werden, und diese Fähigkeit muss von den Schülerinnen und Schülern aber auch von der Lehrkraft erlernt werden. Die Verantwortung,

kompetent weiterzudenken, heißt also zum Beispiel, Unterrichtsangebote zu gestalten, in denen Schülerinnen und Schüler... .

. . . nachdenklich sein dürfen
Darunter ist zu verstehen, dass es eine Unterrichtskultur geben muss, die Nachdenklichkeit zulässt.

. . . nachdenklich sein wollen
Im Unterricht soll also eine Haltung zur Nachdenklichkeit entwickelt werden, was z.B. über den Weg der Sinn- und Selbstreflektion erreicht werden kann.

. . . nachdenklich sein können
Nach Prediger ist dies die Fähigkeit, Fragen nach Sinn und Bedeutung so präzise zu formulieren, dass gute Antworten gefunden werden können. Diese Fähigkeit kann natürlich nur erweitert/verbessert werden, wenn die Schülerinnen und Schüler über solide Kenntnisse und Kompetenzen der entsprechenden mathematischen Inhalte verfügen.

Fazit

Es bleibt also zu hinterfragen, ob es anstatt „Können ohne Wissen“ nicht eher „Wissen um zu Können“ heißen sollte.

Literatur

[Bau13] Baumann, Astrid: *Mathe-Lücken und Mathe-Legenden – Einige Bemerkungen zu den mathematischen Fähigkeiten von Studienanfängern*. Die Neue Hochschule, **Heft 5**:S. 154–157, 2013.

[bri17] *Mathematikunterricht und Kompetenzorientierung - Ein offener Brief*, 2017. `https://www.tagesspiegel.de/downloads/19549926/2/offener-brief.pdf`.

[Mat17] Mathematik Kommission Übergang Schule-Hochschule, 2017. `http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Stellungnahmen/pdf/Stellungnahme-DMVGDMMNU-2017.pdf`. [link].

[Neu04] Neubrand, Michael (Herausgeber): *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland*. Verlag für Sozialwissenschaften, 2004.

[Pre05] Prediger, Susanne: *Was hat die Exponentialfunktion mit mir zu tun? - Wege zur Nachdenklichkeit im Mathematikunterricht*. Darmstädter Texte zur Allgemeinen Wissenschaft 4. Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen, Verlag Allgemeine Wissenschaft, 2005.

[WCR10] Werner Blum, Christina Drüke-Noe und Ralph Hartung: *Bildungsstandards Mathematik: konkret*. Cornelsen Verlag, 2010.

[WK18] Weiss, Ysette und Rainer Kaenders: *Die Kompetenz-Falle*. Spektrum der Wissenschaft, **9**, 2018.

Wir können nicht Wählen - Der Satz von Arrow

Nils Krütgen



Unter allen Demokratien gibt es eine grundlegende Gemeinsamkeit, denn in jeder demokratisch geordneten Gesellschaft werden Wahlen abgehalten. Dabei unterscheidet sich zum Teil nicht nur, wer oder was gewählt wird, sondern auch wie dies geschieht. Gerade die Frage nach dem „Wie“, also nach dem Wahlsystem, ist von entscheidender Bedeutung für die Bewertung eines Wahlergebnisses und der Güte einer Demokratie als solches. Vor diesem Hintergrund wollen wir uns mit Wahlsystemen beschäftigen. Bereits ein Blick auf die Theorie muss als herber Rückschlag gelten, denn, wie wir sehen werden, sagt sie aus, dass es gar kein „perfektes Wahlsystem“ geben kann.

Wir wollen zunächst den Vorgang einer Wahl und somit ein Wahlsystem mittels einer Modellierung mathematisch greifbar machen. Danach werden wir einige erste Forderungen an ein Wahlsystem stellen, doch bereits mathematisch beweisen können, dass diese Forderungen nicht erfüllbar sind. Diese Aussage ist eine Version des Satzes von Arrow[1] [Arr51]. Genauer folgen wir dem Artikel von Terence Tao[2] [Tao] und führen seine Beweisidee aus. Die Leistung Taos bestand hierbei darin, die sehr allgemeine Arbeit von Arrow zu Präferenzmodellen

[1] Nach Kenneth Joseph Arrow (1921-2017), amerikanischer Ökonom und Wirtschaftsnobelpreisträger

[2] Terence Chi-Shen Tao (* 1975), australischer Mathematiker und Träger der Fields-Medaille

geeignet auf unsere Anwendung anzupassen und somit den Beweis zu vereinfachen, ohne dabei solche Restriktionen einzuführen, die das Modell unbrauchbar machen würden.

Modell

Wir nehmen an, es gebe eine endliche Menge an Wählern W mit Mächtigkeit $m \in \mathbb{N}$ und eine endliche Menge an Kandidaten K mit Mächtigkeit $n \in \mathbb{N}$. Dabei soll es deutlich weniger Kandidaten als Wähler geben, es gelte also $n \ll m$.
Jeder Wähler $w \in W$ soll nun frei und unabhängig von anderen Wählern die Menge der Kandidaten nach seinen Präferenzen ordnen. Jeder Wähler kann damit eine totale Ordnung auf der Menge der Kandidaten angeben, seine Wahl entspricht somit einem Element φ_w aus $\mathcal{S}_K$ [$\cong \mathcal{S}_m$], der Symmetrischen Gruppe auf der Menge der Kandidaten. Insbesondere ist $\mathcal{S}_K$ die Menge aller Möglichkeiten für die Präferenzen eines Wählers.
Folglich benötigen wir für eine Wahl in unserem Modell die Sammlung der Präferenzen aller Wähler, mathematisch ist dies ein Element aus $\mathcal{S}_K^m$.
Bevor wir definieren was ein Wahlsystem sein soll, stellen wir zwei Forderungen auf, die diese Definition erfüllen soll.

Forderungen (Teil 1)**.**

1. Rationalität des Wahlsystems
   Jedes Wahlergebnis ist eine totale Ordnung

2. Determinierung
   Ein Wahlergebnis hängt nur von den Präferenzen der Wähler ab. Es ist insbesondere nicht konstant oder zufällig.[3]

Definition (Wahlsystem)**.** Ein Wahlsystem ist eine Funktion, welche die totalen Ordnungen aller Wähler bezüglich der Menge an Kandidaten auf eine einzelne totale Ordnung der Menge der Kandidaten abbildet. Das heißt, Δ ist ein Wahlsystem, wenn

$$\Delta : \mathcal{S}_K^m \to \mathcal{S}_K$$

gilt.

Der Bestrebung folgend, ein möglichst „gutes“ Wahlsystem zu etablieren, stellen wir eine Reihe weiterer wünschenswerter Forderungen.

[3] Ein Wahlsystem soll mathematisch eine Funktion sein.

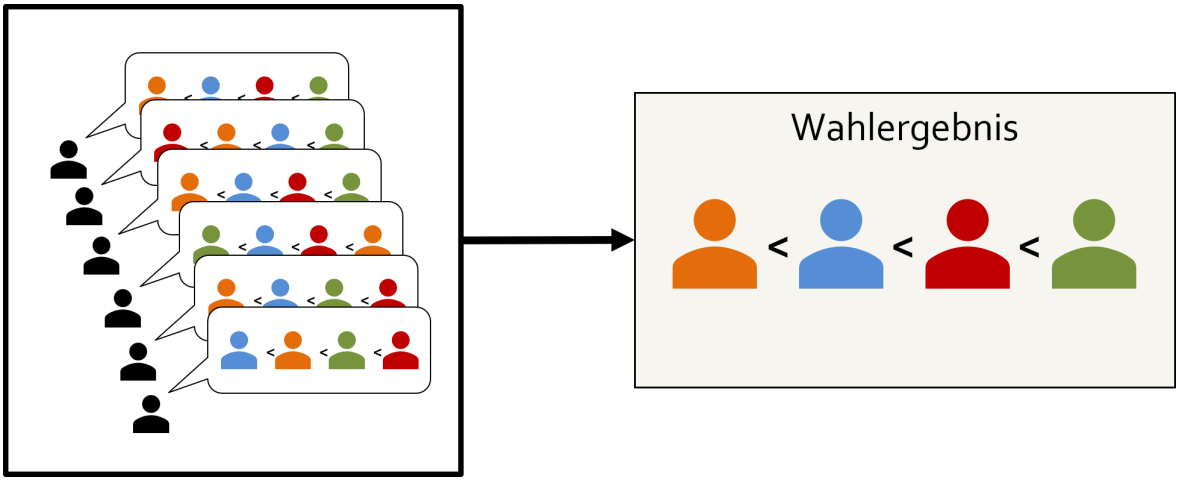


Abbildung 2.1: Veranschaulichung eines Wahlsystems

Forderungen (Teil 2)**.**

3. KONSENS
   Wenn alle Wähler einen Kandidaten $A \in K$ einem anderen $B \in K$ vorziehen, so gilt dies auch im Wahlergebnis.

4. UNPARTEILICHKEIT
   Alle Kandidaten werden vom Wahlsystem gleichbehandelt, das Wahlsystem ist demnach invariant unter Permutationen der Menge der Kandidaten K.

5. UNABHÄNGIGKEIT
   Die relative Ordnung zweier Kandidaten im Ergebnis des Wahlsystems ist unabhängig von den Präferenzen der Wähler bezüglich anderer Kandidaten.

6. KEINE DIKTATUR
   Es gibt keinen Diktator oder Teil-Diktator. Das heißt wenn nur ein einzelner Wähler einen Kandidaten $A \in K$ einem anderen $B \in K$ vorzieht und alle weiteren Wähler gerade B dem Kandidaten A vorziehen, so gilt im zugehörigen Wahlergebnis, dass B vor A liegt.

Die fünfte Forderung ist mit Abstand der mächtigste Wunsch an unser Wahlsystem. Um sie besser zu verstehen, geben wir noch folgendes Beispiel an.
Für eine Wahl geben alle Wähler ihre Präferenzen ab, dies führt dazu dass der Kandidat der roten Partei vor dem der orangenen Partei liegt. Es kommt nun kurze Zeit später zu einer weiteren Wahl. Jeder Wähler gibt (möglicherweise) eine komplett neue Präferenzordnung der Kandidaten ab. Dabei gebe es allerdings eine Ausnahme, es soll kein Wähler seine (relative) Präferenz bezüglich der beiden Kandidaten aus der roten und orangenen Partei verändern. Die fünfte Forderung besagt nun, dass im Wahlergebnis immer noch der Kandidat der Roten vor dem der orangenen Partei liegen muss.

Der Satz von Arrow

Leider erhalten wir nun den Satz von Arrow.

Satz (Arrow)**.** *Gibt es drei oder mehr Kandidaten, so gibt es kein Wahlsystem, welches alle Forderungen erfüllt.*

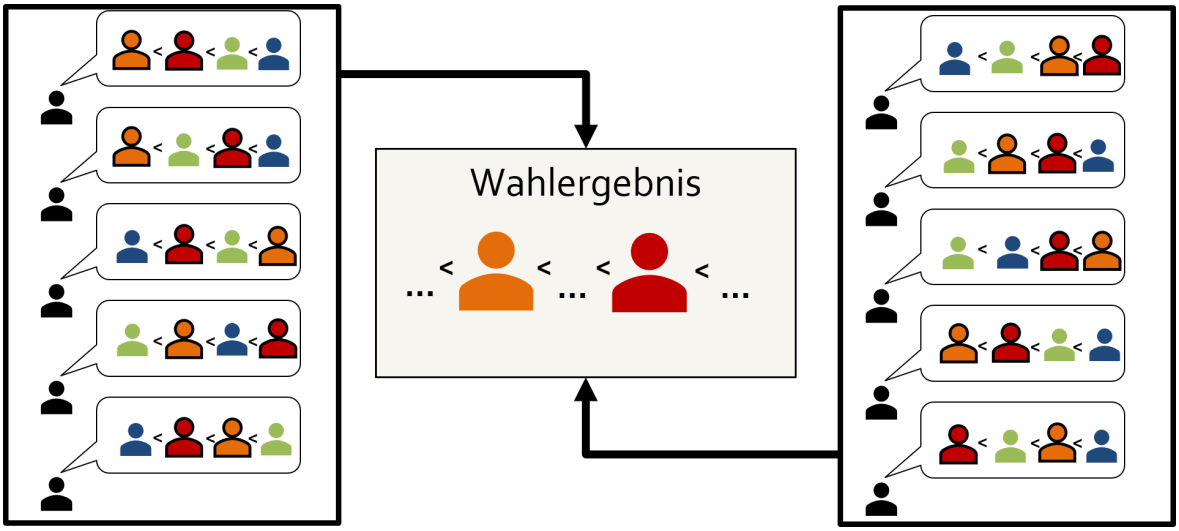


Abbildung 2.2: Veranschaulichung der Wirkungsweise der 5. Forderung (Unabhängigkeit)

„This is a serious obstacle to constructing a „perfect“ voting system.“

Terence Tao

Zum Beweis des Satzes müssen wir ausschlaggebende Teilmengen der Wähler, sogenannte Quoren, und ihre Eigenschaften diskutieren. Wir nehmen im Folgenden an, dass wir ein Wahlsystem betrachten, welches alle Forderungen erfüllt. Im Beweis zum Satz von Arrow werden wir diese Annahme zum Widerspruch führen.

Definition (Quorum)**.** Sei $M \subseteq W$ eine Teilmenge der Wähler derart, dass wenn alle Wähler $w \in M$ einen Kandidaten $A \in K$ einem anderen $B \in K$ vorziehen und alle anderen Wähler $v \in W \setminus M$ den Kandidaten B über A einordnen, also bezüglich der beiden Kandidaten das Gegenteil wollen, so folgt das Ergebnis des Wahlsystems der Präferenz der Wähler aus M und ordnet A über B ein. Wir nennen solche Teilmengen M ein Quorum.

Es ist wichtig zu bemerken, dass die Definition eines Quorums nicht fordert, dass dieses „aktiv“ ist. Ein Quorum M ist immer noch ein solches, selbst wenn sich die Wähler aus M bezüglich keiner Kandidatenpaarung in ihren Präferenzen einig sind.
Mit der Definition eines Quorums, können wir nun auch zwei der Forderungen äquivalent umformulieren. So sagt die Konsens-Forderung nichts anderes aus, als dass die Menge aller Wähler W ein Quorum sein soll. Die sechste Forderung (keine Diktatur) hat zur Folge, dass die Menge der Wähler bis auf einen beliebigen Wähler, auch ein Quorum sein soll. Es soll somit für alle $w \in W$, $W \setminus \{w\}$ ein Quorum sein.[4]
Wir erhalten nun folgendes Lemma.

Lemma (Schnitte)**.** *Gebe es drei oder mehr Kandidaten und seien $S, T \subseteq W$ zwei Quoren. Dann ist auch ihr Schnitt $S \cap T$ ein Quorum.*

[4]Diese Aussage lässt sich auch dann noch zeigen, wenn man eine schärfere Diktator-Forderung stellt. So reicht es aus zu fordern, dass nicht einfach die Präferenzen eines Diktators als Wahlergebnis übernommen werden.

Beweis. Seien $R, G \in K$ zwei verschiedene Kandidaten und es gelte für alle Wähler $w \in S \cap T$, dass sie G dem Kandidaten R vorziehen, also $\varphi_w(R) < \varphi_w(G)$. Für alle anderen Wähler $v \in W \setminus (S \cap T)$ gelte das Gegenteil, also $\varphi_v(G) < \varphi_v(R)$. Sie ziehen also R dem Kandidaten G vor. Wir müssen nun zeigen, dass auch im Wahlergebnis G vor R liegt.

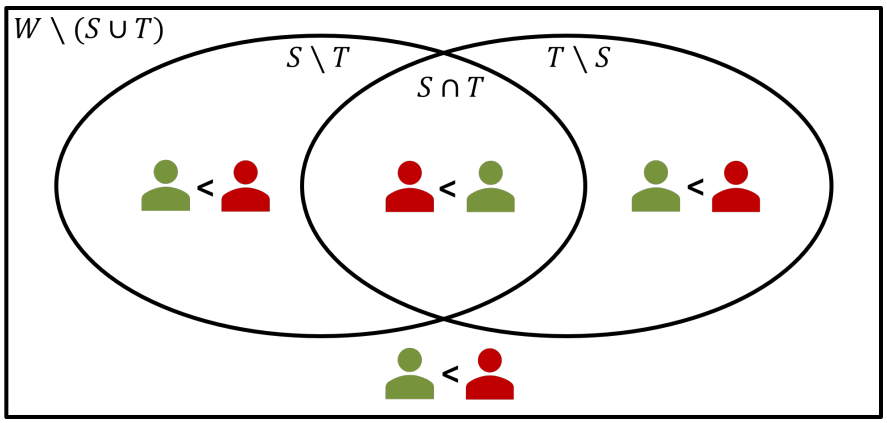


Abbildung 2.3: Ausgangssituation im Beweis des Lemmas

Das Erreichen wir mit folgender Beweisidee: Wir nehmen uns einen weiteren Kandidaten her und sortieren ihn in die Präferenzen der Wähler so ein, dass die Quoreneigenschaften von S und T „aktiviert" werden. Damit erhalten wir dann das erwünschte Wahlergebnis. Nach der Unabhängigkeits-Forderung verändern damit nicht das Wahlergebnis bezüglich der Kandidaten R und G.

Sei nun $B \in K$ ein dritter Kandidat. Da wir das Wahlergebnis bezüglich R und G nicht verändern, wenn wir die Präferenzen der Wähler bezüglich B verändern, schreiben wir im Folgenden allen interessanten Teilmengen von Wählern vor, wo sie B in ihren Präferenzordnungen einordnen sollen.

- Für die Wähler aus dem Schnitt $S \cap T$ soll $R < B < G$ gelten.
- Für die Wähler aus S ohne T soll $R < B$ gelten.
- Für die Wähler aus T ohne S soll $B < G$ gelten.
- Für alle anderen Wähler $W \setminus (S \cup T)$ soll $G < B < R$ gelten.

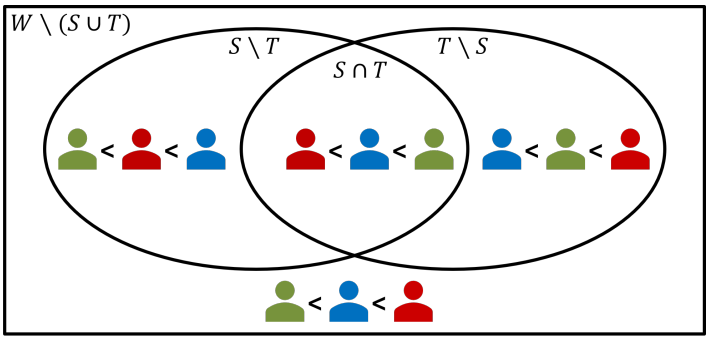


Abbildung 2.4: Konstruktion der Wählerpräferenzen im Beweis des Lemmas

Nun stellen wir fest, dass für alle Wähler $u \in S$ gilt, dass sie B dem Kandidaten R vorziehen und alle anderen Wähler aus $W \setminus S$ die gegenteilige Präferenz haben. Nach der Definition eines Quorums folgt nun, dass auch im Wahlergebnis B vor R liegt.
Ebenso gilt für alle Wähler $o \in T$, dass sie G dem Kandidaten B vorziehen und alle anderen Wähler $W \setminus T$ geben die gegenteilige Präferenz an. Wieder nach Definition folgt für das Wahlergebnis, die Ordnung von G vor B.
Insgesamt erhalten wir also im Wahlergebnis die Ordnung $R < B < G$ und damit insbesondere $R < G$, was zu zeigen war. □

Nun können wir den Satz von Arrow beweisen.

Beweis des Satzes von Arrow. Wie bereits besprochen, ist aufgrund der sechsten Forderung die Menge alle Wähler, bis auf einen einzigen, ein Quorum. Wenn wir also W schreiben als $W := \{w_1, ..., w_m\}$, so erhalten wir mit

$$Q_1 := W \setminus \{w_1\}, ..., Q_m := W \setminus \{w_m\}$$

genau m verschiedene Quoren.
Nach dem Lemma ist also auch

$$Q_1 \cap Q_2 = W \setminus \{w_1, w_2\}.$$

ein Quorum. Genauso muss

$$(Q_1 \cap Q_2) \cap Q_3 = W \setminus \{w_1, w_2, w_3\}$$

wieder ein Quorum sein. Wenden wir diese Methode immer wieder an, so schneiden wir alle unseren Quoren und erhalten mit dem Lemma, dass die Teilmenge

$$(...(Q_1 \cap Q_2) \cap Q_3) \cap ...) \cap Q_{m-1}) \cap Q_m = \bigcap_{i=1}^{m} Q_i = W \setminus W = \emptyset$$

ein Quorum sein muss. Die leere Menge kann aber kein Quorum sein, da dies im Widerspruch zur Konsens-Forderung steht. Somit gibt es kein Wahlsystem, dass alle Forderungen erfüllt. □

Es ist abschließend zu bemerken, dass die Forderungen die wir an dieser Stelle aufgestellt haben, zwar allesamt wünschenswert für ein „gutes“ Wahlsystem gewesen wären, aber nicht das Höchste aller Ansprüche an ein Wahlsystem. So haben wir zum Beispiel nicht gefordert, dass alle Wähler, beziehungsweise ihre Stimmen gleichbehandelt werden sollen[5], obwohl dies selbstverständlich sein sollte. Die hier vorgestellten Forderungen reichen lediglich aus, um sie miteinander unvereinbar zu machen.
Auch wenn es paradoxe Situationen gibt, an denen dieses Modell scheitert[6] und die Gültigkeit, beziehungsweise Umsetzbarkeit einiger Forderungen in der Realität bezweifelt werden darf, so zeigt diese Betrachtung des Satzes von Arrows doch auf, dass die Suche nach einem „perfekten“ Wahlsystems hoffnungslos ist. Wir sollten uns daher lieber auf jene Systeme konzentrieren, die paradoxe Wahlausgänge unwahrscheinlicher machen und die Zufriedenheit der Wähler zu maximieren suchen.

[5]Hier ist die Invarianz unter Permutationen von Wählern gemeint.

[6]einfaches Beispiel: Zwei Kandidaten A und B, 100 Wähler, 50 Wähler wählen $A < B$ und die anderen 50 Wähler wählen $B < A$.

Literatur

[Arr51] ARROW, KENNETH: *Social Choice and Individual Values*. Wiley: New York, 1951.

[Tao] TAO, TERENCE: *Arrow's theorem*. https://www.math.ucla.edu/ tao/arrow.pdf.

Islamische Erbteilung im Namen der Gerechtigkeit

Dilek Tuncbilek Dere





Abbildung 3.1: *Erbstreit nach dem Tod* [Urs17]

Früher oder später wird es jeden einmal treffen – entweder in der Rolle der Oma als Erblasser oder aber auch in der Rolle der Hinterbliebenen. So schwer der Tod eines Familienmitglieds sein mag, finden oft nach einem Todesfalls unerfreuliche, innerfamiliäre Streitigkeiten statt. Wer trägt nun die Verantwortung in solchen unangenehmen Situationen? Kann man über die Definition der Gerechtigkeit eine bestmögliche Lösung finden und diesen Situationen entkommen? Wenn man sich verschiedene Rechtssysteme anschaut, sei es die islamische Erbteilung oder das deutsche Erbrecht, sieht man, dass es Unterschiede gibt. Woran liegt das? So kommt die Frage nach der Gerechtigkeit auf. Gleichheit bedeutet nicht immer Gerechtigkeit. Es gibt Situationen, in denen die textitunterschiedliche Behandlung der beteiligten Parteien dennoch gerecht sein kann. Hier wird nun klar, dass der Begriff „Gerechtigkeit“ individuellen Vorstellungen unterworfen ist, da jeder Beteiligte seine eigenen Präferenzen hat und diese somit die subjektive Wahrnehmung der Gerechtigkeit definieren. Auch Mathematiker beschäftigen sich mit diesem Thema im Forschungsgebiet des sog. „gerechten Teilens“. Hier werden verschiedene Fairnesskonzepte wie etwa Proportionalität oder Neidfreiheit betrachtet und die Existenz von Verteilungen, die diese Konzepte erfüllen, bewiesen oder widerlegt. Wir behandeln hier die Grundlagen des islamischen Erbrechts und den damit verbundenen Begriff der Gerechtigkeit. Zudem wird ein kurzer Einblick in das mathematische Forschungsgebiet des gerechten Teilens gegeben [Eri16, RW98, BT96].

Vorblick

Bevor der eigentliche Artikel beginnt, soll ein kurzer Vorblick darauf gegeben werden, was den Leser erwartet. Der Artikel lässt dich grob in zwei Teile gliedern. Im ersten Teil wird ein recht religiöses, traditionelles Thema angesprochen – Die Grundzüge der islamischen Erbteilung mit Teilungsregeln, die auf dem Quran basieren. Der zweite Teil gibt einen Überblick über das mathematische Forschungsgebiet *das Gerechte Teilen*. Beide Themen verfolgen dasselbe Ziel. Es wird versucht, eine gerechte Teilung von Dingen zu finden und alle beteiligten Parteien zufrieden zu stellen. Es ist interessant zu beobachten, dass zwei unterschiedliche Ansätze – die eine religiös und traditionell begründet und die andere modern und wissenschaftlich – gegensätzliche Herangehensweisen für das Erreichen eines gemeinsamen Zieles bieten. Es bleibt weiterhin interessant und dem Leser überlassen, sich Gedanken darüber zu machen, inwiefern solch zwei unterschiedliche Konzepte eventuell miteinander vereinbart werden könnten. Denn, nicht nur beim Gerechten Teilen, sondern auch bei vielen anderen Problemen im Alltag kommt oft die Religion und die Wissenschaft in Kontakt. Dabei stellt sich die interessante Frage, ob beide Bereiche „Hand in Hand“ gehen oder der Mensch sich je nach Problem für die Religion oder die Wissenschaft entscheiden muss bzw. darf.

Einführung in das islamische Erbrecht

Das islamische Erbrecht ist ein Bestandteil des islamisches Rechts, welches als *Sharia* bezeichnet wird. Die *Sharia*, leider oft nur in Verbindung mit Strafen gebracht, gilt in der islamischen Welt als Maß aller Dinge in religiösen und juristischen Angelegenheiten. Somit gilt sie als das islamische Rechtssystem, in der keine Trennung von Staat und Religion stattfindet. Waed Dada [WD11] beschreibt in ihrem Rombuchartikel 2011 die *Scharia* mit folgender Definition:

> „Das arabische Wort „Scharia“ bedeutet Weg, Straße. Gemeint ist der Weg zu den Quellen. Die „Scharia“ ist das umfassende islamische Rechtssystem, das sich um praktische Antworten bemüht, wie das Verhältnis des Menschen zu Gott und zu den Mitmenschen geregelt wird. Sie gilt als Ordnung Gottes und darf daher prinzipiell nicht durch menschliche Gesetze ersetzt werden.“

Die wesentlichen Grundzüge des islamischen Erbrechts sind im Quran festgelegt und sind somit religiös begründet. Hier sind die relevante Stellen aufgelistet:

- Sure Baqarah, Kapitel 2 Vers 180
- Sure Baqarah, Kapitel 2 Vers 240
- Sure Nisa, Kapitel 4 Vers 7-9
- Sure Nisa, Kapitel 4 Vers 19
- Sura Nisa, Kapitel 4 Vers 33
- Sure Maidah, Kapitel 5 Vers 106-108
- Sure Nisa, Kapitel 4 Verse 11,12 und 176

Die oben genannten Verse dienen als Grundlage und legen fest, wer erbberechtigt ist und welcher Anteil ihm zusteht. Die Verse des Kapitels *Nisa* beschreiben ausführlich den Anteil von nahen Verwandten. Auch die Handhabung eines Testaments wird in Sura *al-Māida* Vers 106 erklärt. In den Abbildungen 3.2 und 3.3 werden die zwei wichtigsten Quellen zur Erbteilung, Sura *Nisa*, Vers 11 und 12 dargestellt, auf die im späteren Kapitel genauer eingegangen wird. Für eine Übersetzung der anderen Suren und des kompletten Qurans wird auf die Online-Übersetzung [A. 18] verwiesen.

Tod! Was nun?

Nach dem Tod einer Person ist der erste wichtigste Schritt, die vorhandenen Schulden des Toten zu begleichen. Hier sind neben den materiellen Verschuldungen, wie z.B. Darlehen auch immaterielle Schulden gemeint, deren Begleichung jedoch oft schwieriger ausfällt. Dazu zählt man z.B. Versprechungen, die nicht eingehalten wurden oder das Beziehen eines Rechts, das einem nicht zustand. Allah (subhanahu wa ta'ala, swt., „Lobgepriesen und Erhaben ist Er“) spricht im edlen Quran, Sure 17 Vers 34:

> „Und haltet das Versprechen ein. Wahrlich, für (die Einhaltung) des Versprechens wird Rechenschaft gefordert.“

يُوصِيكُمُ اللَّهُ فِي أَوْلادِكُمْ لِلذَّكَرِ مِثْلُ حَظِّ الأُنثَيَيْنِ فَإِن كُنَّ نِسَاء فَوْقَ اثْنَتَيْنِ فَلَهُنَّ ثُلُثَا مَا
تَرَكَ وَإِن كَانَتْ وَاحِدَةً فَلَهَا النِّصْفُ وَلأَبَوَيْهِ لِكُلِّ وَاحِدٍ مِّنْهُمَا السُّدُسُ مِمَّا تَرَكَ إِن كَانَ لَهُ وَلَدٌ
فَإِن لَّمْ يَكُن لَّهُ وَلَدٌ وَوَرِثَهُ أَبَوَاهُ فَلأُمِّهِ الثُّلُثُ فَإِن كَانَ لَهُ إِخْوَةٌ فَلأُمِّهِ السُّدُسُ مِن بَعْدِ وَصِيَّةٍ
يُوصِي بِهَا أَوْ دَيْنٍ آبَاؤُكُمْ وَأَبْنَاؤُكُمْ لاَ تَدْرُونَ أَيُّهُمْ أَقْرَبُ لَكُمْ نَفْعًا فَرِيضَةً مِّنَ اللَّهِ إِنَّ اللَّهَ
كَانَ عَلِيمًا حَكِيمًا ﴿١١﴾

Gott trägt euch in bezug auf eure Kinder (folgendes) auf: Einem männlichen Kind steht soviel wie der Anteil von zwei weiblichen zu; sind es nur Frauen, über zwei an der Zahl, so stehen ihnen zwei Drittel dessen, was er hinterläßt, zu; ist es nur eine, so steht ihr die Hälfte zu. Den beiden Eltern steht jedem von ihnen ein Sechstel dessen, was er hinterläßt, zu, wenn er Kinder hat; wenn er keine Kinder hat und seine Eltern ihn beerben, so steht seiner Mutter ein Drittel zu. Hat er Brüder, so steht seiner Mutter ein Sechstel zu. (Dies gilt) nach Berücksichtigung eines Testamentes, das er etwa gemacht hat, oder einer (bestehenden) Schuld. - Eure Väter und eure Söhne: Ihr wißt nicht, wer von ihnen euch im Nutzen nähersteht. - (Dies ist) eine Pflicht von seiten Gottes. Gott weiß Bescheid und ist weise.

Abbildung 3.2: *Sure Nisa, Vers 11* [Oma18]

Ein großes Ziel eines Muslims ist es, so schuldenfrei wie möglich zu leben. Wie der oben genannte Vers beschreibt, muss für das Nichteinhalten Rechenschaft abgelegt werden. Da nach dem Tod dies im Diesseits nicht mehr möglich ist, werden die jeweiligen Personen im Jenseits, im Leben nach dem Tod gegenübergestellt und ihnen die Möglichkeit geboten, den Sachverhalt zu klären und die Tat zu verzeihen.
Nach islamischem Recht darf eine Person ein Testament erstellen. Man kann höchstens 1/3 der Erbschaft nach Abzug der materiellen Schulden testamentieren. Das restliche Vermögen wird entsprechend der Reihenfolge nach dem Verwandschaftsgrad verteilt [Dee10, Bil15].

Die erbberechtigten Personen und ihre Kategorisierung

Die Verse im Quran legen die erbberechtigten Personen fest. Abbildung 3.4 zeigt diese Personen, getrennt nach Geschlecht. Wenn alle Erbberechtigten noch am Leben sind, so erben der Ehepartner, die leiblichen Kinder und die leibliche Eltern. Alle anderen Erbberechtigten werden vom Erbe ausgeschlossen. Die in der Abbildung 3.4 aufgezählten erbberechtigten Personen können basierend auf den Versen des Qurans in vier Kategorien eingeteilt werden. Diese Kategorien werden im Folgenden erläutert und anhand von Fallbeispielen näher veranschaulicht.


وَلَكُمْ نِصْفُ مَا تَرَكَ أَزْوَاجُكُمْ إِن لَّمْ يَكُن لَّهُنَّ وَلَدٌ فَإِن كَانَ لَهُنَّ وَلَدٌ فَلَكُمُ الرُّبُعُ مِمَّا
تَرَكْنَ مِن بَعْدِ وَصِيَّةٍ يُوصِينَ بِهَا أَوْ دَيْنٍ وَلَهُنَّ الرُّبُعُ مِمَّا تَرَكْتُمْ إِن لَّمْ يَكُن لَّكُمْ وَلَدٌ فَإِن كَانَ
لَكُمْ وَلَدٌ فَلَهُنَّ الثُّمُنُ مِمَّا تَرَكْتُم مِّن بَعْدِ وَصِيَّةٍ تُوصُونَ بِهَا أَوْ دَيْنٍ وَإِن كَانَ رَجُلٌ يُورَثُ كَلَالَةً
أَو امْرَأَةٌ وَلَهُ أَخٌ أَوْ أُخْتٌ فَلِكُلِّ وَاحِدٍ مِّنْهُمَا السُّدُسُ فَإِن كَانُواْ أَكْثَرَ مِن ذَلِكَ فَهُمْ شُرَكَاء فِي
الثُّلُثِ مِن بَعْدِ وَصِيَّةٍ يُوصَى بِهَا أَوْ دَيْنٍ غَيْرَ مُضَارٍّ وَصِيَّةً مِّنَ اللهِ وَاللهُ عَلِيمٌ حَلِيمٌ ﴿١٢﴾

Euch steht die Hälfte dessen, was eure Gattinnen hinterlassen, zu, wenn sie keine Kinder haben. Wenn sie Kinder haben, dann steht euch ein Viertel dessen, was sie hinterlassen, zu, und zwar nach Berücksichtigung eines Testamentes, das sie etwa gemacht haben, oder einer (bestehenden) Schuld. Und es steht ihnen ein Viertel dessen, was ihr hinterlaßt, zu, wenn ihr keine Kinder habt. Wenn ihr Kinder habt, dann steht ihnen ein Achtel dessen, was ihr hinterlaßt, zu, und zwar nach Berücksichtigung eines Testamentes, das ihr etwa gemacht habt, oder einer (bestehenden) Schuld. Und wenn ein Mann oder eine Frau von seitlichen Verwandten beerbt wird und er einen Bruder oder eine Schwester hat, dann steht einem jeden von ihnen ein Sechstel zu. Sind es mehr, dann teilen sie sich in ein Drittel, und zwar nach Berücksichtigung eines Testamentes, das er etwa gemacht hat, oder einer (bestehenden) Schuld. Es soll kein Schaden zugefügt werden. (Dies ist) ein Auftrag von Seiten Gottes. Gott weiß Bescheid und ist langmütig.

Abbildung 3.3: *Sure Nisa, Vers 12* [Oma18]

Quotenerben Ashaabul-furuud اَصحَابُ الفُرُاض

Die erbberechtigten Personen, die in diese Gruppe fallen, werden auch Quotenerben genannt, denn sie bekommen nach islamischem Erbrecht eine feste Erbquote zugeteilt. Diese sind 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8 und 2/3. Die Erbquote kann sich für den gleichen Angehörigen je nach Familienkonstellation ändern und verschieden hoch ausfallen. Zudem gilt es zu beachten, dass Erben der gleichen Stufe im Verhältnis 2:1 erben, d.h. dass ein männlicher Erbe das Doppelte eines weiblichen Erbes bekommt. Als Beispiel für Erben der gleichen Stufe können der leibliche Sohn und die leibliche Tochter genannt werden.

Quotenfreie Erben Al-asabah اَلعَصَابَة

In diese Gruppe fallen alle männlichen Verwandte des Erblassers, die eine unmittelbare Verwandschaft aufweisen und nicht über die Ehefrau verwandt sind. Im Gegensatz zu den *Ashabuul-furuud* gibt es hier keine vorbestimmten Quoten. Nach Zuteilung der Quotenerben wird der Rest an die *Al-asabah*- Erben verteilt. Wenn es keine Quotenerben gibt, erben sie alles. Der Vater und der Sohn des Verstorbenen erben immer, d.h. wenn es einen Sohn gibt, präkludiert er alle anderen in Frage kommenden *Al-asabah*-Erben. DerVater ist sowohl als Quotenerbe als auch als *Al-asabah*-Erbe erbberechtigt.

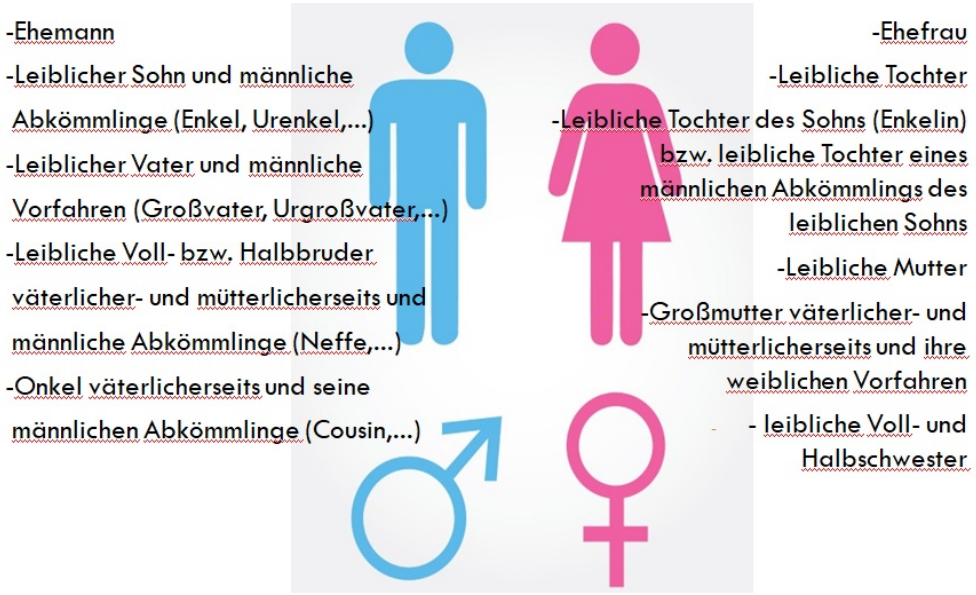


Abbildung 3.4: *Erbberechtigte Personen* [per19]

Erben des Überschüsses Ahlur-radd اَهلُ الرَد

Hierzu zählen die Quoten-Erben, Ehemann bzw. Ehefrau ausgeschlossen, die zusätzlich zu ihren festen Quoten den Rest der Hinterlassenschaft erben, wenn keine *Al-asabah*-Erben mehr vorhanden sind. Oft trifft der Fall ein, wenn nur die Töchter erben und es keine weiteren männlichen Verwandte mehr gibt.

Erben mütterlicherseits Dhawuul-arhaam ذَوُو لَارحَام

Hierzu zählen alle Verwandten der Mutter, die weder Quotenerben noch *Al-asabah*-Erben sind. Unter den vier Rechtsschulen gibt es dazu keinen Konsens (siehe dazu [per19]. Bei der Erbfolge spielt der Verwandschaftsgrad zum Verstorbenen eine Rolle unter Berücksichtigung der fehlenden Familienmitglieder.

Fallbeispiele

Abbildung 3.5 zeigt ein Beispiel zu den Quotenerben. Das Beispiel zeigt eine sechsköpfige Familie, bei der die Mutter verstirbt und einen Mann mit vier Kinder hinterlässt. Zunächst erbt der hinterbliebene Ehemann 1/4 des Vermögens und der Anteil von 3/4 wird auf die Kinder verteilt. Da nach islamischem Erbrecht männliche Mitglieder einer Ebene das Doppelte eines weiblichen Mitglieds erben, muss der Anteil von 3/4 im Verhältnis 2:1 für den einzigen Sohn aufgeteilt werden. Der Anteil wird also in 5 gleichgroße Anteile geteilt, sodass der Sohn davon 2/5 erhält und die Töchter jeweils 1/5. Hier kommt nun Bruchrechung ins Spiel. In diesem Fallbeispiel ist der Hauptnenner 20, das heißt, das Vermögen wird nun in 20 gleichgroße Anteile geteilt und verteilt. Somit erhält der Vater $1/4 * 5 = 5/20$ und die restlichen 15 Teile werden unter den Kindern verteilt. Der Sohn erhält $2/5 * 15 = 6$ und die Töchter jeweils $1/5 * 15 = 3$.
Es ist erwähnenswert, dass diese Beispiel aus dem Werk von Al-Kwharizmi *Ein kurzgefaßtes Buch über die Rechenverfahren durch Ergänzen und Ausgleichen* (im Original: Al-kitab al-muhtasar fi hisab al-gabr wa'l-muqabala) entnommen wurde. Somit findet hier die Arithmetik und

Algebra aus dem Werk ihre Anwendung im islamischem Erbrecht wieder. Al-Kwharizmi war ein muslimischer Astronom, Mathematiker und Geograph aus dem Iran, der im 9. Jahrhundert lebte. Als einer der bedeutendsten Mathematiker beschäftigte er sich mit Algebra als elementare Rechenform [Sch10, alk06]. Das oben genannte Werk war eines der ersten arabischen Lehrbücher, in dem die Grundzüge der Algebra einfach und mit praktischen Anwendungen dargestellt wurden und sollte somit denjenigen dienen, die sich in ihrem Beruf oder im Handel mit der Mathematik zu beschäftigen hatten (näheres dazu, siehe `http://www.raikas.net/alkh.html`).

Ein weiteres Beispiel ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Hier sieht man eine Familie über drei Generationen, mit Großeltern väterlicherseits, Eltern und einer Tochter als einziges Kind. Nach dem der Vater verstorben ist, wird das Erbe wie folgt aufgeteilt: Zunächst erbt die hinterbliebe Ehefrau 1/8 vom gesamten Erbe. Die Eltern erben jeweils 1/6 und die einzige Tochter die Hälfte, 1/2. Wenn man die Anteile, die als feste Quoten zugeordnet wurden, vorerst auf den Hauptnenner bringt und addiert, erhält man 23/34. Der Rest von 1/24 bekommt zusätzlich der Vater, da er als einziger Asabah-Erbe in Frage kommt, weil die Familie keinen Sohn hat.
Die Kategorie „Erben des Überschusses“ soll anhand Abbildung 3.7 beispielhaft dargestellt werden. Es handelt sich um eine Familie mit einem Vater und zwei Töchter. Nach dem Tod des Vaters erhalten zunächst beide Töchter jeweils 1/3 vom Erbe. Das restliche Vermögen von 2/3 muss weiterhin aufgeteilt werden. Da es aber keine weiteren als Asabah-Erbe in Frage kommenden Personen gibt, wird der Anteil von 2/3 auch auf die beiden Töchter aufgeteilt. Somit haben beide Töchter jeweils die Hälfte vom Erbe zugeteilt bekommen.

Nachdem durch diese Fallbeispiele die islamische Erbteilung etwas näher dargestellt wurde, soll im zweiten Teil des Artikels der Aspekt der Gerechtigkeit diesbezüglich thematisiert werden.

Gerechtigkeit

Beim Betrachten der obigen Beispiele stellt sich die Frage, inwiefern eine Gleichberechtigung zwischen Mann und Frau herrschen kann, wenn das männliche Geschlecht das Doppelte eines weiblichen Geschlechts erbt. Hierzu schauen wir uns eine Definition aus dem Gabler Wirtschaftslexikon [gab18] zum Begriff Gerechtigkeit an.

Definition Gerechtigkeit. *Gerechtigkeit regelt die Beziehungen von Menschen zu anderen Men-*

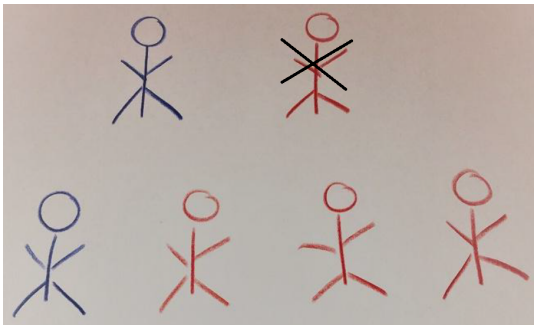


Abbildung 3.5: *Familienkonstellation 1. Blau steht für männliche Familienmitglieder und rot für weibliche*

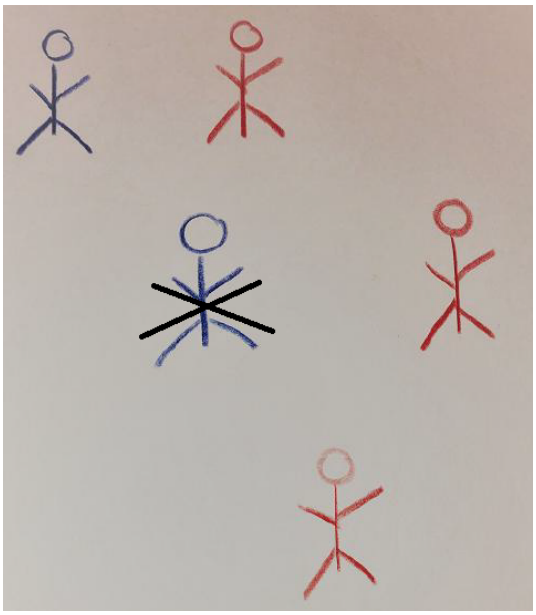


Abbildung 3.6: *Familienkonstellation 2. Blau steht für männliche Familienmitglieder und rot für weibliche*

schen, sie betrifft also Interaktionen und sie enthält immer ein Moment von Gleichheit. Zentrale Frage ist, wie das „ius suum“ , „sein Recht“ bestimmt wird.

Hier tauchen nun Begriffe auf wie „Gleichheit“ und „sein Recht“. Um diese Begriffe nochmal genauer zu betrachten und zu unterscheiden, schauen wir uns die folgende Abbildung 3.8 an. Links sieht man, dass jedes Kind gleich behandelt wird, d.h. jeder bekommt eine gleich große Holzkiste. Jedoch ist auch klar ersichtlich, dass es leider für den kleinen Jungen im hellblauen T-shirt nicht ausreicht, um über den Zaun schauen zu können. Im rechten Bild jedoch wird jedes Kind seinem Recht nach behandelt, was bedeutet, dass zwar ungleiche Anzahlen an Kisten verteilt werden, jedoch jedem die Möglichkeit geboten wird, über den Zaun zu schauen. Hier herrscht keine Gleichheit im Sinne der verteilten Kisten, jedoch wurde gerecht gehandelt. Daraus lässt sich schlussfolgern: Gleichberechtigung fördert Fairness und Gerechtigkeit, weil man jedem das Gleiche gibt. Jedoch funktioniert das Ganze nur, wenn alle Beteiligten dieselben Voraussetzungen haben, was aufgrund der unterschiedlichen Größe der Jungs nicht gegeben ist. Das bedeutet, dass zuerst Gleichheit geschaffen werden muss, bevor man sich an der Gerechtigkeit erfreuen kann. Dieses Beispiel soll verdeutlichen, dass Gleichheit nicht immer Gerechtigkeit bedeutet, und es immer auf die vorhandenen Umstände und Voraussetzungen ankommt.

Die Übertragung auf das islamische Erbrecht soll nun an einem Beispiel fest gemacht werden. Abbildung 3.9 zeigt eine dreiköpfige Familie mit Vater, einem Sohn und einer Tochter. Angenommen der verstorbene Vater hinterlässt 150.000 €. Somit bekommt der Sohn 2/3 also 100.000 € und die Tochter 1/3 also 50.000 €. Es ist klar zu erkennen, dass das Erbe nicht gleich verteilt wird. Wenn man aber die traditionellen Verpflichtungen von Männern und Frauen in der Familie betrachtet, wird klar, dass unterschiedliche Aufgaben und Voraussetzungen herrschen, die zu dieser ungleichen Verteilung führen. Bei der Heirat zahlen Männer eine sogenannte Brautgabe. Zudem sind sie allein unterhaltspflichtig, was bedeutet, dass sie ihr ganzes Vermögen, Einkommen und Erbanteil mit der Ehefrau, den Kindern und der Familie teilen müssen. Die Frau hingegen kann über ihr Einkommen, Vermögen und Erbanteil frei

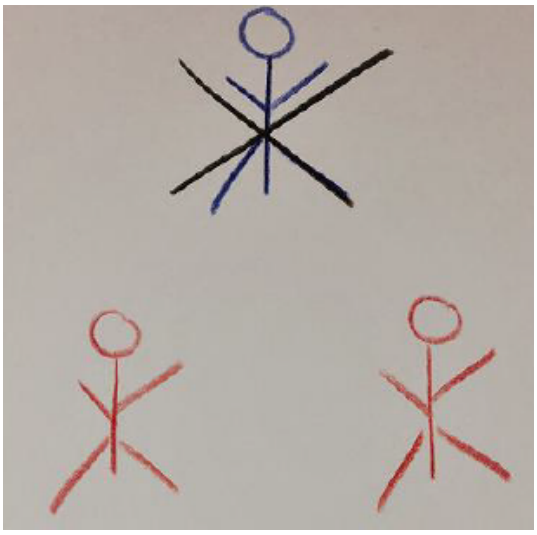


Abbildung 3.7: *Familienkonstellation 3. Blau steht für männliche Familienmitglieder und rot für weibliche*

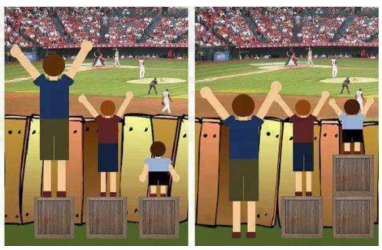


Abbildung 3.8: *Bildhafte Darstellung des Unterschieds zwischen Gleichheit und Gerechtigkeit* [kin18]

verfügen und hat keinerlei Unterhalts-und Versorgungsverpflichtungen. Wenn man hier die traditionellen Pflichten von Mann und Frau gegenüber stellt, wird vielleicht nachvollziehbar, wie innerhalb des hier behandelten Kontextes man argumentieren könnte bzw. der Auffassung ist, dass die Frau nicht benachteiligt wird.

Das gerechte Teilen

Wie wir bereits gesehen haben, kann es äußerst schwierig sein, Dinge gerecht zu teilen. Auch Mathematiker befassen sich mit dem Begriff der Gerechtigkeit. Hier stellt sich die Frage, ob man die Gerechtigkeit mathematisch definieren kann und ob Formeln existieren, anhand denen ein Maß für die Gerechtigkeit erhalten werden kann. Diese mathematische Disziplin nennt sich „gerechtes Teilen“ [RW98, BT96]. Dabei wird versucht, bestimmte Objekte an eine bestimmte Anzahl an Teilnehmer so gerecht wie möglich zu verteilen. Welche Objekte das sein könnten und was „gerecht“ in diesem Sinne bedeutet, soll im Folgenden näher erläutert werden.

Grundlagen

Die mathematische Disziplin, die sich mit den gerechten Teilen beschäftigt, befasst sich mit folgenden Hauptthemen:

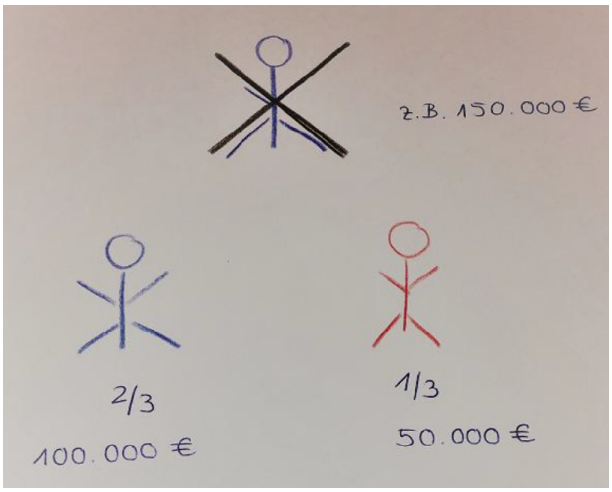


Abbildung 3.9: *Familienkonstellation 4. Blau steht für männliche Familienmitglieder und rot für weibliche*

- gerechtes Teilen von teilbaren Objekten,
- gerechtes Teilen von unteilbaren Objekten,
- geometrische Teilungsprobleme.

Teilbare Objekte kann man mathematisch als ein Intervall von reellen Zahlen darstellen oder einfacher dargestellt als Kuchen. Unteilbare Objekte sind diskrete Objekte, die nicht weiter unterteilt werden können. Die geometrischen Teilungsprobleme behandeln das Teilen von Flächen unter bestimmten Bedingungen, wie z.B., dass nur gerade Schnitte beim Teilen zugelassen sind. Auf diese Probleme wird nicht mehr weiter eingegangen, siehe aber [Hum19]. Eine große Schwierigkeit bei den Teilungsaufgaben besteht darin, dass jeder Teilnehmer individuelle Präferenzen hat, d.h. jeder findet etwas anderes gut. Diese Präferenzen können gleich, ähnlich oder unterschiedlich sein. Mathematisch lässt sich das folgendermaßen modellieren. Wir beschreiben teilbare Objekte als Intervalle. Jeder Teilnehmer i hat ein Wahrscheinlichkeitsmaß P_i auf dem Intervall, d.h. eine Funktion, die beschreibt, wieviel Wert der Teilnehmer den Teilen des Intervalls beimisst. Bei unteilbaren Objekten verwendet man Nutzenfunktionen. Jeder Teilnehmer i ordnet mit der Funktion U_i den Objekten bestimmte Werte zu.
Das große Ziel ist nun, die Aufteilung des Objekts bzw. der Objekte auf die Teilnehmer so „gut“ wie möglich zu gestalten. Jedoch stellt sich hierbei die Frage, was mit „gut“ in diesem Zusammenhang gemeint ist. Dafür gibt es typische Kriterien, die wie folgt lauten:

- Social wellfare: der Gesamtnutzen soll maximiert werden. Der Gesamtnutzen kann berechnet werden entweder durch die Summe der Einzelnutzen oder das Prdoukt. Letzteres hat den Vorteil, dass es besser auf eine „gleichmäßigere“ Verteilung achtet. Eine weitere Möglichkeit ist, den Nutzen des Teilnehmers zu maximieren, der am schlechtesten davon kommt.
- Fairness: beschreibt eigentlich die „gerechten“ Verteilungen. Hierzu gibt es verschiedene Konzepte [nei19]:
  - Proportionalität
  - Neidfreiheit

- Gleichförmigkeit

- Verteilunsgverfahren ist "gut", wenn man das Ergebnis nicht durch Angabe von falschen Präferenzen manipulieren kann.

Die Proportionalität beschreibt, dass jeder der n Teilnehmer denkt, er habe mindestens $1/n$ des Gesamten erhalten. Mathematisch wird dies so formuliert: Sei U_i die Nutzfunktion von Teilnehmer i, die angibt, welchen Nutzen i dem Stück X zuordnet. Sei zudem X_i das Stück, das Teilnehmer i bekommt, dann gilt $\forall i \in \{1, .., n\} : U_i(X_i) \geq 1/n$. Dabei wird angenommen, dass der Gesamtnutzen den Wert 1 hat.
Die Neidfreiheit bedeutet, dass kein Teilnehmer den anderen um dessen Stück beneidet, mit anderen Worten, kein Teilnehmer will sein Stück mit dem des anderen tauschen. Mathematisch ausgedrückt: Der Wert, den der Teilnehmer i seinem Stück X_i zuordnet, ist mindestens so groß wie der Wert, dem er all den anderen Stücken X_j, die Teilnehmer j erhalten haben, beimisst. Somit gilt $\forall i \in \{1, .., n\} : U_i(X_i) \geq U_i(X_j)$ mit $i \neq j$.
Bei der Gleichförmigkeit schätzt jeder Teilnehmer i den Wert seines Anteils als genau $1/n$ ein, also $U_1(X_1) = U_2(X_2) = U_3(X_3) = ... = 1/n$.
Diese drei Begriffe kann man insofern in Verbindung bringen, dass Gleichförmigkeit Neidfreiheit impliziert, und neidfrei die Proportionalität.

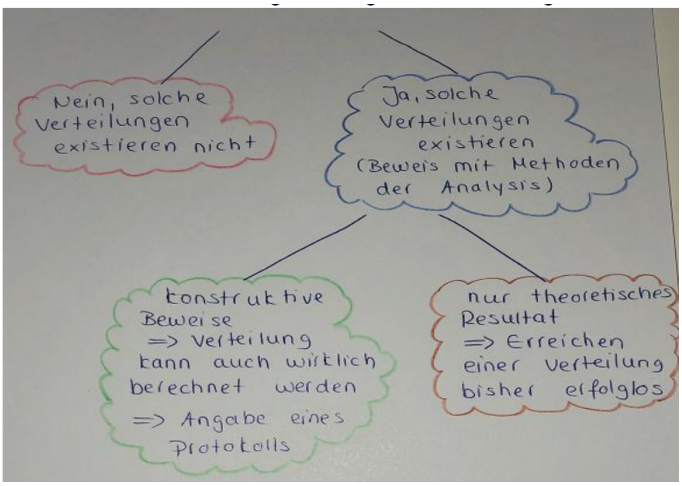


Abbildung 3.10: *Mögliche Antworten auf die Frage, ob gewünschte Verteilungen existieren*

Heutige Forschung

Nachdem diesem Überblick über die Grundlagen stellt sich die Frage, wie sich die Mathematiker damit beschäftigen. Die Hauptaufgabe besteht darin zu untersuchen, ob Verteilungen mit den gewünschten Eigenschaften existieren. Abbildung 3.10 soll die Antworten zur gestellten Frage zusammenfassen. Oftmals kann man zeigen, dass im Allgemeinen für jede beliebige Situation keine Verteilung mit allen gewünschten Eigenschaften existiert. Mit Methoden aus der Analysis kann jedoch in gewissen Situationen gezeigt werden, dass es solche Verteilungen gibt. Dabei unterscheidet man zwischen konstruktivem Beweis, d.h. diese Verteilungen können auch wirklich berechnet werden und ein Protokoll kann dazu angegeben werden, und dem theoretischen Resultat, bei denen man bislang noch kein Algorithmus gefunden hat, welches zum gewünschten Ergebnis führt.

Momentan gibt es bei zwei Teilnehmern ein recht simples neidfreies Verfahren, das „Cut-and-Choose“ Verfahren. Der erste Teilnehmer darf schneiden und der zweite darf zwischen den beiden Stücken wählen. Für zwei Teilnehmen kann man sogar gleichförmige Verteilungen angeben, die mit dem Zwischenwertsatz berechnet werden können. Ein neidfreies Protokoll für drei Spieler ist das Selfridge-Conway-Verfahren [Loo16], welches in Abbildung 3.11 nachgelesen werden kann. Ob es eine gleichförmige Verteilung für drei oder mehr Spieler

NEIDFREI TEILEN UNTER DREI PERSONEN

Eine neidfreie Teilung unter drei Personen kann man mit dem Selfridge–Conway-Verfahren erzeugen. Es kursiert seit den 1960er Jahren in der mathematischen Welt und ist nach seinen Entdeckern John Selfridge und John Horton Conway benannt. Nehmen wir an, Adam, Beate und Luca wollen die Pizza teilen.

1. Adam teilt die Pizza in drei Drittel.
2. Beate sucht das ihrer Meinung nach größte Stück aus. Sie schneidet davon so viel ab, dass es ihrer Meinung nach so groß wie das zweitgrößte Stück ist. Das so beschnittene Stück sei X, es kommt zurück in die Auswahl. Der kleine Abschnitt y wird erst einmal zur Seite gelegt.
3. Unter den verbliebenen Stücken wählt Luca sich ein Stück aus.
4. Hat Luca nicht X genommen, dann muss nun Beate X nehmen. Anderenfalls darf sie frei wählen.
5. Adam bekommt das letzte Stück.
6. Nun geht es noch darum, den Abschnitt y aufzuteilen. Sagen wir, Luca hat in Schritt 3 das Stück X gewählt. Dann muss jetzt Beate y in drei gleiche Teile teilen. Anderenfalls muss diese Aufgabe Luca erledigen.
7. Wer X genommen hat, darf nun einen Teil von y wählen.
8. Dann wählt Adam ein weiteres Stück von y.
9. Das letzte Stück von y bleibt dem- oder derjenigen, der y geteilt hat.

Abbildung 3.11: *Das Selfridge-Conway-Verfahren* [Loo16]

gibt, ist zurzeit offen. Lange offen war auch die Frage, ob es einen endlichen, beschränkten Algorithmus gibt für die neidfreie Verteilung eines Kuchens unter 4 oder mehr Spielern. Es gab zwar einen, der aber unbeschränkt viele Schritte benötigt. Das bedeutet, dass, wenn die Präferenzen der Teilnehmer sich sehr ähnlich waren, entsprechend mehr Schritte durchgeführt werden mussten, um neidfrei zu werden. Dieses Problem konnte 2016 von den Mathematiker der University of New South Wales in Australien Haris Aziz und Simon Mackenzie gelöst werden [Loo16]. Das Verfahren ist nicht einfach und für das Teilen einer Pizza unter n Teilnehmern sind sehr viele Teilungs- und Auswahlschritte notwendig. Dennoch war es ein großer Durchbruch, da gezeigt wurde, dass eine obere Grenze existiert, die bei $((((n^n)^n)^n)^n)^n$ liegt.
Auch vom großen Interesse in diesem Forschungsgebiet sind Teilungsprobleme, die einen Zeitfaktor haben, d.h. die Zeit spielt eine Rolle. Als Beispiele können Lebendorganspenden und Lebensmittelverteilungen genannt werden.
Zum Abschluss sollen noch einige Links zu diesem Thema angegeben werden.

- Spenderorgane - Paired Kidney Exchange: `https://www.hopkinsmedicine.org/transplant/programs/kidney/incompatible/paired_kidney_exchange.html`
- Food donation: `https://www.ijcai.org/Proceedings/15/Papers/360.pdf`
- Patent für Aufteilung bei Scheidungen: `https://en.wikipedia.org/wiki/Adjusted_winner_procedure`
- Verschiedene Teilungsaufgaben, wie z.B. Miete, Taxikosten, Erbstücke: `http://www.spliddit.org`

Literatur

[A. 18] A. F. Bubenheim und N. Elyas: *IslaDa, Die islamische Wissensdatenbank*. http://islamische-datenbank.de/quran-koran, 2018. Eingesehen am 17.08.2019.

[alk06] *Enzyklopädie des Islam*. http://www.eslam.de/begriffe/c/chwarizmi.htm, 2006. Eingesehen am 20.08.2019.

[Bil15] Bilal G.: *Das Einhalten von Versprechungen*. https://archiv.offenkundiges.de/das-einhalten-von-versprechungen/, 2015. Eingesehen am 17.08.2019.

[BT96] Brams, S.J. und A.D. Taylor: *Fair Division: From Cake-Cutting to Dispute Resolution*. Cambridge University Press, 1996.

[Dee10] Deen-ul-Haqq: *Das islamische Testament*. https://arrayyana.wordpress.com/2010/11/05/das-islamische-testament/, 2010. Eingesehen am 17.08.2019.

[Eri16] Erica Klarreich: *NEIDFREIES TEILEN: Wie man einen Kuchen fair aufteilt*. https://www.spektrum.de/news/wie-man-einen-kuchen-fair-aufteilt/1432192, 2016. Eingesehen am 22.08.2019.

[gab18] *Gabler Wirtschaftslexikon*. https://wirtschaftslexikon.gabler.de/definition/gerechtigkeit-34985/version-258476, 2018. Eingesehen am 20.08.2019.

[Hum19] Humenberger, Hans: *Gerechte Apfelteilung - keine leichte Aufgabe!* Mathematische Semesterberichte, 2019.

[kin18] *Gleichheit vs. Gerechtigkeit*. https://www.motor-talk.de/bilder/gratis-oeffis-bahn-statt-auto-g78460902/gleichheit-vs-gerechtigkeit-i209118948.html, 2018. Eingesehen am 20.08.2019.

[Loo16] Loos, Andreas: *Zeit Online: Mit Mathe gegen Neid*. 2016. Eingesehen am 22.08.2019.

[nei19] *Academic: Neidfrei*. https://deacademic.com/dic.nsf/dewiki/1007847#2_Spieler, 2000-2019. Eingesehen am 22.08.2019.

[Oma18] Omaniyat: *Deutsche Übersetzung des Heiligen Qurans*. https://www.omaniyat.net/quran/language_20.html, 2018. Eingesehen am 17.08.2019.

[per19] *Islamische Enzyklopädie*. https://www.islam-wissen.com/publikationen/islamologische-enzyklopaedie/gebote-der-bekleidung-ernaehrung-und-personenstandsangelegenheiten/die-erbberechtigten-personen-und-ihre-einteilung/, 2014-2019. Eingesehen am 17.08.2019.

[RW98] Robertson, J. und W. Webb: *Cake-Cutting Algorithms: Be Fair if You Can*. CRC Press, 1998.

[Sch10] Schmidl, P.G. and Berggren, J.L.: *Mathematik im mittelalterlichen Islam*. Springer Berlin Heidelberg, 2010.

[Urs17] Ursula Horvath: *Die häufigsten Irrtümer beim Erben*. https://kurier.at/wirtschaft/immobiz/die-haeufigsten-irrtuemer-beim-erben/301.007.832, 2017. Eingesehen am 17.08.2019.

[WD11] Waed Dada, Hafida Laasri: *Rombuch 2011: Recht so? Korrekt, legal, gerecht - Perspektiven aus Mathematik und Informatik, Artikel: Scharia- Akzeptabel oder nicht*. 2011.

KI - Eine nüchterne Perspektive

Maximilian Weinberg und Antonia Vitt



Einleitung

Künstliche Intelligenz beherrscht die Schlagzeilen. Jedes Jahr gibt es neue Rekorde. Film und Fernsehen zeichnen eine Welt voller lebendiger Roboter – ob Terminator oder Westworld. Ihr Siegeszug scheint unaufhaltsam. Aber was ist dran an dieser bahnbrechenden Technologie? In unserem Vortrag haben wir erst einen Blick auf die Geschichte geworfen. Es ist nicht das erste Mal, dass eine Revolution der Rechentechnik erwartet wird. Schon oft zeichneten Forscher eine Zukunft voller robotischer Ehepartner und Komponisten – worauf aber jeweils eine Phase nüchterner Enttäuschung folgte. [1]

[1] http://www.andreykurenkov.com/writing/ai/a-brief-history-of-neural-nets-and-deep-learning/ und folgende Posts

Im letzten Jahrzehnt gab es wieder einen Durchbruch und eine Fülle technischer Erneuerungen bereicherte seitdem unser Leben. Dabei handelt es sich bei neuronalen Netzen, dieser so erfolgreichen Idee, eigentlich nur um einfache Funktionsapproximatoren, deren Aufbau von der Biologie des menschlichen Gehirn inspiriert wurde.
Dennoch lassen sich damit Gesichter in Videos ausstauschen und Menschen in Go besiegen. Worauf steuern wir also zu? Gibt es die nächste Flaute? Oder lässt sich Pandoras Büchse nicht mehr schließen?

Durchbruch des Deep Learning

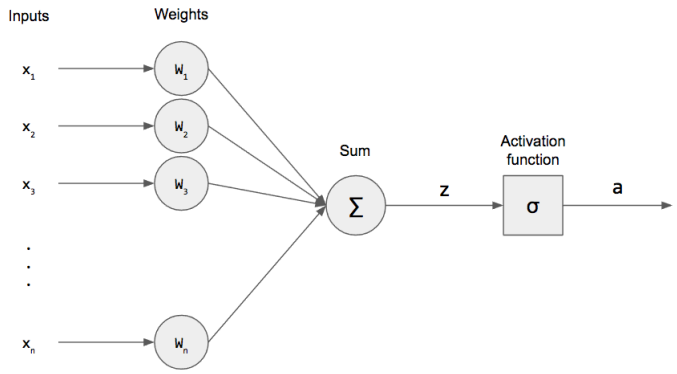
Im zwanzigsten Jahrhundert gab es mehrmals Phasen des Optimismus für KI-Technologien. Diese wurden abgelöst von Phasen der Enttäuschung. Oft haben Forscher die Fähigkeiten ihrer Instrumente völlig überschätzt. Hoffnungen wurden enttäuscht und Ideen aufgegeben. So verwundert es nicht, dass das Interesse an neuronalen Netzen um die Jahrtausendwende sehr gering war. Diese Technik konnte nur wenige Erfolge vorweisen und wurde allgemein nicht als zukunftsfähig wahrgenommen.
Geoffrey Hinton war ein kanadischer Forscher, der trotzdem an neuronalen Netzen forschte. Er schaffte es, das Canadian Institute for Advanced Research (CIFAR) davon zu überzeugen, seine Forschungen zu finanzieren. Die Mittel waren bescheiden, aber sie ermöglichten es Hinton und einer kleinen Gruppe von Forschern, weiter an diesem Thema zu forschen.
Im Jahr 2006 gelang der erste Durchbruch. Hinton et al. fanden einen schnellen Algorithmus um neuronale Netzen mit mehreren Schichten zu trainieren (engl. *deep neural networks*). Sie trainierten ein neuronales Netz auf MNIST, einen Benchmark-Test, bei dem das Programm handgeschriebene Ziffern klassifizieren muss, und erreichten eine rekordnahe Fehlerrate von 1,4%. Auch im Bereich der Spracherkennung schlugen ihre neuronalen Netze den jahre-alten Rekord.[2]
Es gab neben einem neuen Trainingsalgorithmus einen weiteren Vorteil gegenüber den neuronalen Netzen der 90er Jahre: mehr Rechenleistung. Den Anteil, den schiere *brute force* an diesem Durchbruch hatte, zu verschweigen, würde ein falsches Bild zeichnen. Die Nutzung von modernen CPUs und vor allem Grafikprozessoren beschleunigte die Rechnungen deutlich.
Dieser Durchbruch löste eine Kette von Ereignissen aus und die Fortschritte überschlugen sich. Viele von Hintons Doktoranden gingen zu Microsoft und im Jahr 2015 setzte Facebook einen Algortihmus ein um Freunde auf Fotos automatisch zu markieren. 2016 entwickelte Deepmind das Programm AlphaGo und besiegt die weltbesten Go-Spieler[3]. Im selben Jahr entwickelte OpenAI ein Programm, das professionelle Spieler im Echtzeitstrategie-Videospiel Dota 2 schlug[4]. Auch in der Sprach- und Bildverarbeitung erreichten neuronale Netze neue Durchbrüche, was unter anderem die Deepfakes ermöglichte.

Was ist ein neuronales Netz

Ein neuronales Netz ist eine Rechenstruktur, die – wie der Name vermuten lässt – vom Aufbau des menschlichen Gehirns inspiriert ist. Die zugrundeliegende Einheit ist die eines Neurons. Hier wird analog zu einer Nervenzelle aus einer Reihe von reellwertigen Inputs ein Output gebildet, indem sie linear kombiniert werden und das Ergebnis in eine Aktivierungsfunktion

[2] http://papers.nips.cc/paper/3048-greedy-layer-wise-training-of-deep-networks.pdf
[3] https://www.alphagomovie.com/
[4] https://openai.com/blog/dota-2/, https://openai.com/blog/openai-five/

eingesetzt wird. Mehrere Neuronen, die dieselben Inputs verschieden linear kombinieren, bilden eine Schicht. In der nächsten Schicht werden die Outputs der vorigen Neuronen als Inputs verwendet. Die Outputs der letzten Schicht bilden die Outputs des neuronalen Netzes. Mathematisch bedeutet das, dass ein neuronales Netz eine abwechselnde Verkettung aus linearen Funktionen und nicht linearen Funktionen ist.



Auf diese Weise können viele Funktionen approximiert werden. Damit bei gegebenen Inputs auch die gewünschten Outputs ausgegeben werden muss dieses Netz „trainiert“ werden, das heißt die Parameter dieser allgemeinen Funktion müssen optimiert werden. Diese Parameter sind die Koeffizienten der Linearkombinationen der verschiedenen Neuronen. Es werden also die linearen Funktionen optimiert und die nichtlinearen Funktionen bleiben, wie sie sind.
Für das Training gibt es verschiedene Methoden. Eine Methode, das sogenannte überwachte Lernen (engl. *supervised learning*), benutzt einen bestehenden Datensatz aus Inputs und dazugehörigen Outputs. Die Inputs werden in das neuronale Netz eingesetzt und die Koeffizienten mit einem Gradientenverfahren stückweise so verändert, dass die Outputs den Outputs aus dem Datensatz angenähert werden.

Autoencoder und Deepfakes

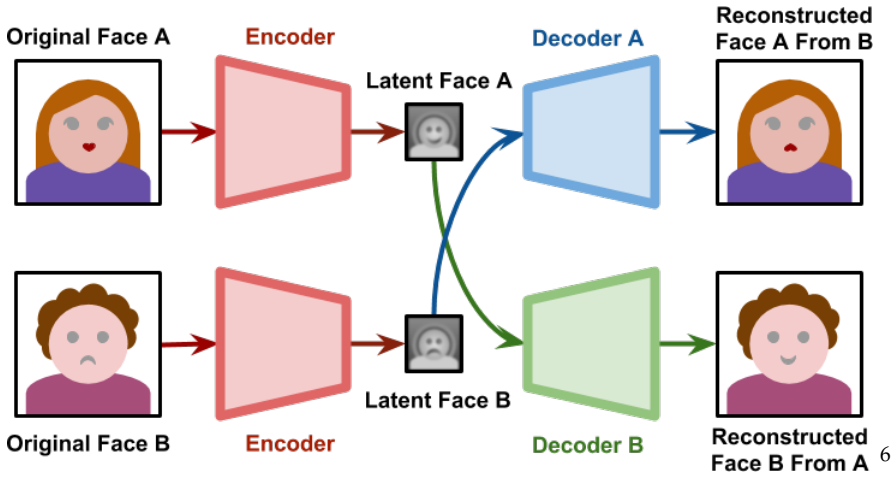
Was sind Deepfakes?
Das derzeitige Jahrzehnt ist geprägt von „Fake News“ und „Alternativen Fakten“, diese Situation kann sehr schnell durch sogenannte Deepfakes verstärkt werden. Deepfakes sind im Grunde falsche, aber täuschend echt wirkende Bilder oder Videos, welche mit künstlichen neuronalen Netzen erzeugt werden.

Wie werden Deepfakes generiert?
Zunächst wird ausreichend Input (Bildmaterial) der zu fakenden Personen benötigt, zum Beispiel Bilder der Person, die man in ein anderes Video integrieren will. Je mehr Input desto besser, es sollten jedoch mindestens 300 Bilder sein.

Was passiert mit dem Input?
Im Kern eines solchen Deepfake-Programmes steht der sog. Autoencoder. Dieses neuronale Netz nimmt sich ein Ausgangsbild und zerlegt es in ein digitales Abbild (engl. *latent face*). Dieses Abbild versucht mit dem Decoder das eigentliche Ausgangsbild künstlich zu erzeugen (zu “decoden”). Hierbei gibt man möglichst viel und möglichst unterschiedliche Ausgangsbilder in den Encoder und lässt die Maschine arbeiten um per Decoding wieder ein dem

Ausgangsmaterial ähnliches Ergebnis zu erzeugen. Das gelingt im Zeitverlauf immer besser bis im Optimalfall die Unterschiede zwischen Ausgangsmaterial und Ergebnis sehr gering sind.

Möchte man zwei Personen „swappen“, so wird das obige Verfahren mit beiden Personen durchgeführt.
Wichtig: Es gibt nur einen Encoder, aber zwei Decoder.
Im Training wird zunächst Bildmaterial von Person 1 encoded und mit Hilfe des Decoders A wieder zu einem Abbild von Person 1 decoded und Bildmaterial von Person 2 (mit dem gleichen Encoder) encoded und mit Hilfe des zweiten Decoders B wieder zu einem Abbild von Person 2 decoded.
Das macht das neuronale Netz sehr oft, bis der Decoder A „lernt“, aus ganz viel verschiedenem Ausgangsmaterial ein möglichst gutes Abbild von Person 1 zu erzeugen. Und Decoder B „erlernt“ dies für Person 2.
Und jetzt kommt ein simpler Trick:
Nun wird Bildmaterial von Person 1 in den Encoder gejagt, aber anstatt (mit Hilfe des Decoders A) daraus wieder ein Abbild von Person 1 zu erzeugen, soll die Maschine (mit Hilfe des Decoders B) daraus ein Abbild von Person 2 schaffen. Anders ausgedrückt: Der Encoder „versteht“ irgendwann die Essenz, die wesentlichen Merkmale des Bilds von Person 1 (Latentface), gibt es an den Decoder B und der erzeugt anhand dieser Inputs ein Abbild von Person 2. Dieser Prozess wird auch Autencoder genannt.[5]
Folgende Grafik stellt den Ablauf von „Swapping“ einmal grafisch da.



[6]

Fazit

Im Umgang mit künstlicher Intelligenz ist man in zweierlei Hinsicht zur Vorsicht geraten. Zum einen sollte man nicht in einen naiv-optimistischen Hype verfallen und die Fortschritte des nächsten Jahrzehnts überschätzen. Schon oft meinte man, dass Maschinen die wahrgenommene Grenze zum Menschsein überschritten hatten - nur um dann festzustellen, dass es mehr gibt, was Menschen von Maschinen unterschied und diese Grenze neu gezogen werden musste. Wie schwer es ist, verschiedene „urmenschliche“ Fähigkeiten und Eigenschaften

[5] `https://github.com/junyanz/CycleGAN`
[6] `https://www.alanzucconi.com/2018/03/14/introduction-to-deepfakes`

maschinell zu imitieren, scheint schwer einschätzbar zu sein. Um ein besseres Verständnis von dieser Technologie zu erhalten, sollte man sich über die Ziele und die Funktionsweise der verschiedenen Methoden informieren.
Zum anderen eröffnen neue Technologien Gefahren im Alltag, die es vorher nicht gab. Selbst Videos spiegeln nicht zwangsweise Fakten wider und können sogar vollständig gefaket sein. Auch steht die Zulassung von Videos als juristisches Beweismaterial zukünftig in Frage. Das hier vorgestellte Beispiel der Bild- und Videofälschung ist aber nur eine Möglichkeit, wie neuronale Netze zum Schaden anderer eingesetzt werden können. Andere Gefahren können durch computergenerierte Falschnachrichten, Überschätzung von Computerprogrammen und Filterblasenbildung durch personifizierte Nachrichtenfeeds entstehen.
Unabhängig von diesen Gefahren, bieten neuronale Netze sehr viele Möglichkeiten das Leben im Alltag zu verbessern. Wie in anderen Bereichen auch, ist es stark von der Verwendung abhängig. Ein grundlegendes Fazit ist: Kritisch hinterfragen!

Gesunder Roboterverstand - Roboter und selbstlernende Algorithmen im Gesundheitswesen

Melina Reuter, Patricia Ahrens

Überblick

Künstliche Intelligenz spielt eine immer größer werdende Rolle im Gesundheitswesen, man spricht zum Teil sogar von einer Revolution des Gesundheitswesens durch künstliche Intelligenz. Im Folgenden wollen wir einen kurzen Überblick zum aktuellen Stand geben. Auf konkrete Beispiele gehen wir in der ethischen Betrachtung genauer ein.
Als erstes wenden wir uns den Diagnoseprogrammen zu. Diese verwenden selbstlernende Algorithmen, um große digitalisierte Datenbanken zu analysieren, wie zum Beispiel Röntgenbilder, CT-Scans, Elektrokardiogrammen, Herz-MRT-Aufnahmen, Hautbilder und Augenbilder. Derzeit ist bei einer Kombination aus der Diagnose eines solchen Programms und der eines Arztes die Fehleranfälligkeit am geringsten, während die Fehlerraten einzeln wahrnehmbar höher beziehungsweise ähnlich hoch sein können.



Robear von Riken

Ein weiteres Anwendungsgebiet sind Entscheidungshilfen. Diese analysieren Datenbanken auf vergleichbare Diagnosen, auf verwendeten Behandlungsmethoden und deren Effektivität, um eine für den Patienten besonders gute Behandlung zu finden.
Zudem besteht ein Anwendungsgebiet in mit künstlicher Intelligenz versehenen Behandlungshilfen und Pflegerobotern. Dieser Bereich ist in den letzten Jahren stark gewachsen. Beispiele hierfür sind Paro (dessen Entwicklung 1993 begann), der bei der Behandlung von Alzheimerpatienten helfen soll, Milo (von der Acapela Group entwickelt, existiert seit mindestens 2015), welcher das Kommunikationstraining von Menschen mit Autismus fördern soll und dem Pflegeroboter Robear (dessen Entwicklung 2015 begann und welcher aktuell noch zu teuer ist für einen großflächigen Einsatz). Robear kann Menschen tragen, beim Aufstehen helfen und jemanden auf einen Stuhl setzen. Behandlungshilfen und Pflegeroboter, die mit einer künstlichen Intelligenz ausgestattet sind, verfügen über vielerlei Sensoren, welche unter anderem Sprache, Verhalten und Gewicht analysieren. Diese Sensoren und Analysen können sie verwenden, um zum Beispiel mit uns zu kommunizieren, unsere Stimmung zu ermitteln

oder uns mit geschmeidigen Bewegungen zu tragen. Sind sie zudem internetfähig, so können sie im Notfall Hilfe rufen.
Schließlich besteht ein großes Anwendungsgebiet in der Analyse des Lebensstils nach Fragen wie: „Wie stark trägt der Lebensstil zur Fettleibigkeit bei?“, „Wie groß ist das Gesundheitsrisiko eines Menschen?“ oder „Welche Faktoren senken dieses Risiko und wenn ja, wie stark?“. Ein Beispiel hierzu sind die Bonusprogramme verschiedener Krankenkassen wie der Techniker Krankenkasse oder der DAK, bei welchen man Punkte für den Nachweis von Vorsorgeuntersuchungen, sportlicher Betätigung, sowie gesunder Ernährung und Suchtprävention bekommt.

Ethik

Bei der Betrachtung ethischer Aspekte nehmen wir hauptsächlich Bezug auf die am 30.11.2017 veröffentlichte Stellungnahme „Big Data und Gesundheit – Datensouveränität als informationelle Freiheitsgestaltung“ des Deutschen Ethikrates. Laut Webseite bearbeitet der Deutsche Ethikrat „ethische, gesellschaftliche, naturwissenschaftliche, medizinische und rechtliche Fragen sowie die voraussichtlichen Folgen für Individuum und Gesellschaft, die sich im Zusammenhang mit der Forschung und den Entwicklungen insbesondere auf dem Gebiet der Lebenswissenschaften und ihrer Anwendung auf den Menschen ergeben“.[1] In der Stellungnahme heißt es in der Einleitung zu den ethischen Aspekten, dass der Einzelne nicht zum Objekt von Datenströmen und den auf diese angewandten Algorithmen werden wolle, sondern ein hinreichendes Maß an Kontrolle, Souveränität und Macht über die eigenen Daten behalten.
Zunächst fassen wir die Kapitel Freiheit und Privatheit zusammen, um dann darauf aufbauend das Kapitel Souveränität und Macht zu betrachten.
Freiheit lässt sich im Bereich von Big Data Anwendungen durch Handlungsurheberschaft und Selbstbestimmung ausdrücken. Es soll also die Möglichkeit geben, selbst über seine persönlichen Daten entscheiden zu können. Insbesondere bei Biodatenbanken seien nun verschiedene Formen der Einwilligung erforderlich, da eine einmalige Einwilligung bei nicht konkret absehbarer Weitergabe der Daten und Materialien unangemessen erscheine. Hierzu wird das Kaskadenmodell vorgeschlagen. Hierbei entscheidet man zunächst, welche Form der Einwilligung man wählen möchte, man kann also immer noch einmalig einwilligen. Falls man eine dynamische Einwilligung wählt, kann man in ganze Forschungsbereiche oder in einzelne Projekte einwilligen oder sogar die Entscheidung delegieren.
Die rechtliche Definition von Privatheit ist das Recht, in Ruhe gelassen zu werden und stammt aus dem Jahr 1890. Dies bezieht sich auf entscheidungsrelevante, informationelle und räumliche Privatheit. Die in der Stellungnahme geforderten Löschverfahren für persönliche Daten bei datenverarbeitenden Institutionen sind seit der neuen Datenschutz-Grundverordnung verpflichtend, jedoch gibt es eine Entscheidung der österreichischen Datenschutzbehörde, demzufolge die Daten nur soweit anonymisiert werden müssen, dass eine Rekonstruktion nicht ohne „unverhältnismäßigen Aufwand“ möglich sei. Daher sind wir in der informationellen Privatheit beschränkt und die entscheidungsrelevante Privatheit wird umso wichtiger. Doch nur selten können Entscheidungen frei von äußeren Einflüssen getroffen werden. Können wir zum Beispiel bei einem Arztbesuch der Weitergabe unserer Daten an berechtigte Dritte widersprechen und werden dann trotzdem behandelt? Auch räumliche Privatheit ist im Zeitalter von Behandlungs- und Pflegerobotern, welche jede Bewegung und jedes Wort

[1] Am 11. April 2008 trat der Deutsche Ethikrat als unabhängiger Sachverständigenrat auf Grundlage des Ethikgesetzes die Nachfolge des Nationalen Ethikrates an.

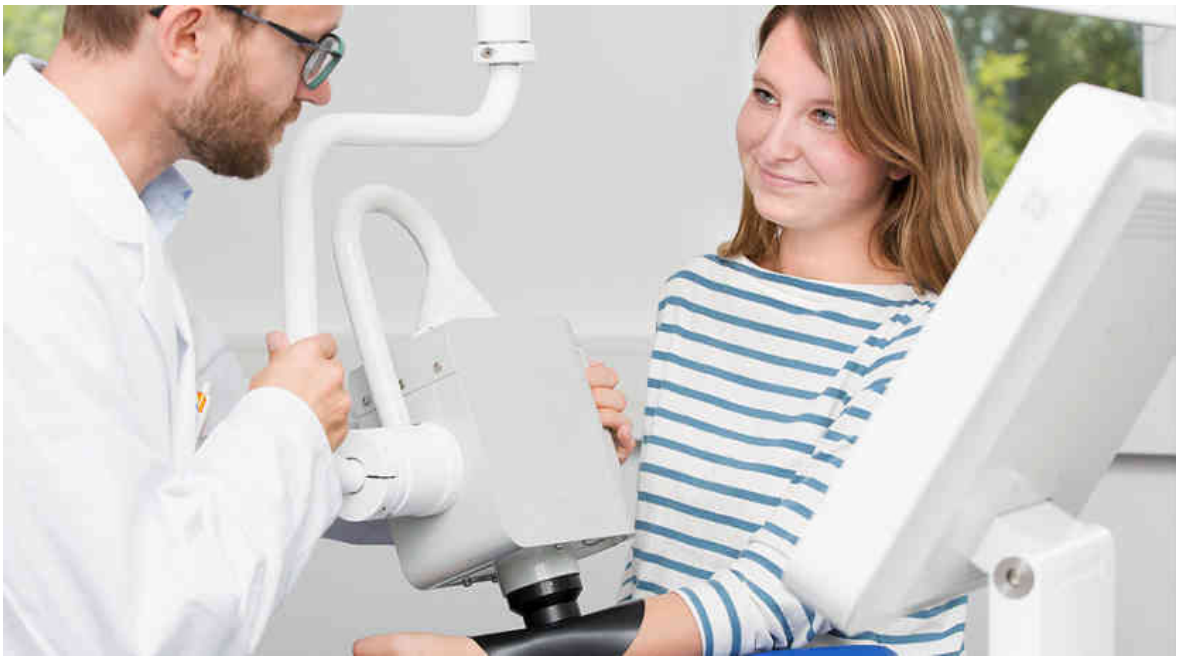
analysieren, keine Selbstverständlichkeit mehr.
Souveränität und Macht über persönliche Daten spiegeln sich zum einen im Recht auf Inspektion der eigenen Daten bei datenverarbeitenden Institutionen und zum anderen im Recht auf offenen Zugang zur Online-Welt, sowie zu den Wissensbeständen und neuen Erkenntnissen, die durch Big Data-Anwendungen gewonnen werden. Der Begriff der Souveränität im Bezug auf Big Data-Anwendungen lässt sich in viele Facetten auffächern und genauer betrachten, jedoch wollen wir hier mehr auf die Problematik als auf die Definition eingehen. Die beiden oben genannten Rechte werden nicht immer beachtet. Dies fängt bei Kleinigkeiten wie der Umgestaltung von Büros an mit dem Ziel, dass sich die Mitarbeiter mehr bewegen, über personalisierte Werbung hin zu einer nicht wahrgenommenen Beeinflussung von Handlungen, Präferenzen oder Charakterzügen. Eine solche Machtausübung sollte verhindert und einem jeden Nutzer von Big Data-Anwendungen sollten deren Auswirkungen zuvor dargelegt werden.
Ein erschreckendes Beispiel für den Missbrauch von Macht liefert eine Facebook-Studie aus dem Januar 2012. Hierzu wurden 689.003 Facebook-Mitglieder in zwei Gruppen eingeteilt. Die Stimmung der Teilnehmer wurde anhand eines Algorithmus analysiert. Schließlich wurden Beiträge aus den persönlichen Timelines herausgefiltert. Die Teilnehmer der einen Gruppe erhielten eine Timeline, aus welcher positive Beiträge herausgefiltert wurden und die der anderen Gruppe eine, aus der die negativen Beiträge herausgefiltert wurden. Die Studie zeigte, dass die Stimmung der Teilnehmer auf diese Art und Weise beeinflussbar war. Diese Beeinflussung war ebenfalls der Grund für Aufregung und Empörung über die Studie, denn die Einwilligung zur Teilnahme geschah implizit über das Akzeptieren der Nutzerbedingungen und niemand wurde explizit informiert. Lauren Weinstein, ein Datenschutzaktivist, schrieb bei Twitter *„I wonder if Facebook KILLED anyone with their emotion manipulation stunt. At their scale and with depressed people out there, it's possible.“*. Durch die große Anzahl von Facebook-Mitgliedern sind Studien der Nutzerdaten sehr gefragt, und das oben genannte Beispiel ist nur eines von vielen.
Auch wenn die Datenschutz-Grundverordnung vom 25.05.2018 bereits auf einige Forderungen, wie unterschiedliche Einwilligungsmodelle und der Möglichkeit seine Daten löschen zu lassen, eingeht, bleiben dennoch Probleme und Fragen im Raum, zum Beispiel „Reicht die neue Datenschutz-Grundverordnung auch für zukünftige Probleme?“und „Wie anonym sind anonymisierte Datensätze und an welchem Punkt im Forschungsprozess sollte die Anonymisierung stattfinden?“.

Programm zur Erkennung von schwarzem Hautkrebs

Als ein kronkretes Beispiel eines Diagnoseprogramms betrachten wir ein Computerprogramm, das schwarzen Hautkrebs erkennt.
Schwarzer Hautkrebs, auch malignes Melanom genannt, ist ein bösartiger Tumor, der von den Pigmentzellen, den Melanozyten, in der Haut ausgeht. Weltweit erkranken immer mehr Menschen an schwarzem Hautkrebs. Nach Angaben der Internationalen Agentur für Krebsforschung (IARC) wird weltweit jährlich mehr als 230.000 Patienten schwarzer Hautkrebs diagnostiziert, mehr als 21.000 Patienten in Deutschland, wovon etwa 55.500 beziehungsweise etwa 3.000 daran sterben. Die hohe Sterblichkeit ist begründet durch die schnelle Metastasenbildung des bösartigen Tumors, weswegen eine frühe Erkennung für die Heilung entscheidend ist.
Um dies zu erreichen, entwickelten der Wissenschaftler Andre Esteva und seine Kollegen von der Stanford University eine auf neuronalen Netzwerken basierende Künstliche Intelligenz, ein sogenanntes Convolutional Neural Network (CNN), die Hautkrebs diagnostizieren kann.

Als Ausgangspunkt nutzten die Forscher einen von Google entwickelten Algorithmus, der tausende Fotos bestimmten Kategorien zuordnen kann. Diesen Algorithmus entwickelten sie weiter und trainierten ihn mit mehr als 100.000 Dermatoskopie-Aufnahmen, auf denen entweder gut- oder bösartige Hautveränderungen zu sehen waren. Zusätzlich bekam das Programm die Information über die jeweils richtige Diagnose. Anhand dieser Aufnahmen lernte das Programm selbstständig, die typischen Merkmale von malignen Melanomen zu erkennen. Nach der Lernphase wählten Experten 100 neue Aufnahmen von Hautveränderungen aus, die das Programm noch nicht kannte. Bei diesen Aufnahmen war die visuelle Diagnose besonders schwierig, weswegen sie zuvor mittels Biopsien eindeutig diagnostiziert worden waren. Die gleichen Aufnahmen wurden auch an 58 Dermatologen aus 17 Ländern geschickt. Nun sollten der Computer und die Ärzte entscheiden, ob es sich um schwarzen Hautkrebs oder um eine gutartige Veränderung der Haut handelt. Das Ergebnis: Nur einzelne Ärzte erreichten bessere Quoten als das Programm. Im Durchschnitt stellte das Computerprogramm häufiger die richtige Diagnose.
Das Programm diagnostizierte 95% der gefährlichen Melanome korrekt und es stufte 63, 8% der gutartigen Hautveränderungen als gutartig ein. Die Ärzte diagnostizierten in einer ersten Runde, in der sie ausschließlich die Aufnahmen hatten, 86, 6% der gefährlichen Melanome richtig und von den gutartigen Hautveränderungen erkannten sie 71, 3%. In einer zweiten Runde erhielten die Ärzte noch zusätzliche Angaben über die Patienten, wie das Geschlecht, das Alter, einen Hinweis auf die Hautstelle und Informationen über die Vergrößerungen der Aufnahmen. Dadurch verbesserte sich ihre Erkennungsquote von gefährlichen Melanomen auf 88, 9% und von gutartigen Hautveränderungen auf 75, 7%. Insgesamt erkannten die Ärzte also häufiger ungefährliche Muttermale, wodurch Operationen vermieden werden können. Aber sie stuften gefährliche Melanome häufiger als harmlos ein.
Um die neue Technik auch dem Patienten bereitzustellen, wird bereits daran gearbeitet, eine App fürs Smartphone zu entwickeln, mit der dann eine erste Selbstdiagnose vorgenommen werden kann.

Das von Andre Esteva und seinen Kollegen entwickelte Diagnoseprogramm konzentriert sich auf die frühzeitige Erkennung. Nach dem visuellen Verdacht wurde dem Patienten bisher vom Hautarzt das entsprechende Muttermal aus der Haut geschnitten und anschließend im Labor auf Krebszellen untersucht. Die Laborergebnisse fallen dann in 97-99% aller Fälle negativ aus. Um Entnahmen von Gewebeproben und dadurch entstehende Narben beim Patienten sowie Laboruntersuchungen zu vermeiden, wurde von dem Unternehmen Magnosco ein Haut-Scanner entwickelt. Dieser funktioniert folgendermaßen: Ein Laser-Spektrometer beschießt die Haut mit Lichtstrahlen und das zurückgeworfene Licht wird analysiert. Wenn sich in der untersuchten Hautstelle das Farbpigment Melanin befindet, das ein Indikator für schwarzen Hautkrebs ist, ändert sich das Farbspektrum des zurückgeworfenen Lichts. Die Auswertung des Farbspektrums des zurückgeworfenen Lichts erfolgt durch eine KI-gestützte Software. Auch diese Künstliche Intelligenz nutzt das Prinzip des maschinellen Lernens und wurde im Vorfeld mit Laserbildern von zahlreichen gesunden und kranken Patienten trainiert. Nach etwa fünf Minuten liefert die Software das Ergebnis, das dem Hautarzt nur noch mitteilt, ob in der untersuchten Hautstelle Krebszellen vorhanden sind oder nicht. Magnosco hat für den Haut-Scanner bereits die Zulassung als medizinisches Gerät erhalten. Die ersten Haut-Scanner sind auch bereits schon im Einsatz und in den nächsten Jahren wird Magnosco zahlreiche Haut-Scanner an andere Kliniken und Ärzte ausliefern.



Haut-Scanner von Magnosco

Programm als Hilfe bei der Behandlung von Schlaganfall-Patienten

Nach diesem Beispiel eines Diagnoseprogramms wollen wir uns als nächstes Beispiel eine Entscheidungshilfe ansehen.
Dietmar Frey und sein Team aus Ärzten und IT-Experten arbeiten an einem KI-gestützen Algorithmus, der bei einer Behandlung von Schlaganfall-Patienten helfen soll.
In Deutschland erleiden jährlich etwa 270.000 Menschen einen Schlaganfall. Dann ist eine frühzeitige Behandlung wichtig. Wenn das Gehirn nicht ausreichend mit Blut und Sauerstoff versorgt wird, stirbt Gewebe ab, was kann dramatische Folgen haben. Ärztliche Leitlinien in Deutschland besagen, dass das betroffene Hirngewebe nach viereinhalb Stunden tot sei und Nebenwirkungen einer Therapie noch mehr Schaden anrichten könnten, wie zum Beispiel Blutungen im Kopf. Deswegen wird heutzutage nach viereinhalb Stunden nicht mehr therapiert. Statistisch gesehen ist das zwar korrekt, aber für den individuellen Patienten ist das nicht immer die richtige Therapie. In einigen Fällen ergeben Therapien auch nach viereinhalb Stunden durchaus noch Sinn und in anderen Fällen vielleicht schon früher nicht mehr. Bei einer individuellen Entscheidung soll Künstliche Intelligenz helfen, so der Ansatz von Dietmar Frey und seinem Team. In Notaufnahmen müssen oft Entscheidungen schnell getroffen werden. Eine Maschine könnte innerhalb weniger Minuten tausende Vergleichsdatensätze zu Schlaganfällen durchsuchen, sie abgleichen und Muster aufzeigen, die einem Arzt in der Rettungsstelle bei der Entscheidung helfen könnten. Dafür braucht man ausreichend große Trainingsdatensätze. Ist ein Datensatz zu klein, können Muster bei sehr seltenen Erkrankungen nicht erkannt werden.
Aktuell haben die Rechner von Dietmar Frey und seinem Team schon über 1.400 Schlaganfälle verarbeitet, die anonymisiert und auf Formeln heruntergebrochen wurden. Dabei handelt es sich unter anderem um Angaben zu Alter, Geschlecht, Gewicht, Rauchgewohnheiten, eingenommenen Medikamenten, Vorerkrankungen und Laborwerten. Dieser Datensatz soll abrufbar in der Notaufnahme bereitstehen, wenn ein neuer Patient mit einem Schlaganfall eingeliefert wird. Der Algorithmus soll dann direkt nach der Aufnahme eines Patienten

analysieren, ob es vergleichbare Ausprägungen eines Schlaganfalls gab, wie verfahren wurde und ob das half. Dadurch sollen Ärzte Patienten individueller therapieren können.

All dies verstärkt die Frage nach der Verantwortung. Als Antwort auf diese Frage nennt der Deutsche Ethikrate Multiakteursverantwortung in seiner Stellungnahme.
Jeder Einzelne sei verantwortlich für den Umgang mit seinen persönlichen Daten, zum Beispiel dafür, was er wo und wem gegenüber preisgibt, dafür welchen Nutzungsbedingungen und welcher Patienteninformation zum Datenschutz zugestimmt wird und inwieweit man sich dazu verpflichtet fühlt, den Fortschritt hin zu präziseren Diagnosen und besseren Behandlungen durch die Bereitstellung der eigenen Daten zu fördern.
Institutionen stehen zum Beispie in der Verantwortung Einwilligungsmöglichkeiten flexibler und gut durchschaubar zu gestalten und mehr Optionen zu bieten als nur diejenigen erwünschten Daten preis zu geben, um eine gewünschte Leistung nutzen zu dürfen beziehungsweise überhaupt behandelt zu werden.
Schließlich liege auch Verantwortung bei staatlichen Organen, die einen Rahmen schaffen sollen, indem sich der Einzelne sicher fühlen kann, zum Beispiel durch ein Gütesiegel.

Literatur

[1] Computer erkennt Hautkrebs besser als Ärzte, https://www.spiegel.de/gesundheit/diagnose/hautkrebs-computer-erkennt-melanome-besser-als-aerzte-a-1210048.html, 31.01.2019

[2] Künstliche Intelligenz erkennt Hautkrebs, https://www.scinexx.de/news/technik/kuenstliche-intelligenz-erkennt-hautkrebs/, 31.01.2019

[3] Wie Computer beim Kampf gegen Hautkrebs helfen, https://www.welt.de/gesundheit/article176835763/Kuenstliche-Intelligenz-erkennt-Hautkrebs-besser-als-Aerzte.html, 31.01.2019

[4] Haut-Scanner erkennt mit Hilfe einer KI Hautkrebs ohne Gewebeprobe, https://www.forschung-und-wissen.de/nachrichten/medizin/haut-scanner-erkennt-mit-hilfe-einer-ki-hautkrebs-ohne-gewebeprobe-13372562, 31.01.2019

[5] Künstliche Intelligenz hilft in der Medizin, https://www.n-tv.de/wissen/Kuenstliche-Intelligenz-hilft-in-der-Medizin-article20771140.html, 31.01.2019

[6] Big Data und Gesundheit - Datensouveränität als informationelle Freiheitsgestaltung, https://www.ethikrat.org/fileadmin/Publikationen/Stellungnahmen/deutsch/stellungnahme-big-data-und-gesundheit.pdf, 22.04.2019

[7] Manipulierte Timeline: Facebook kann auf Gefühle seiner Nutzer einwirken, https://www.spiegel.de/netzwelt/web/facebook-steuert-ueber-manipulierte-timeline-emotionen-seiner-nutzer-a-973132.html, 22.04.2019

[8] Deutscher Ethikrat, https://www.ethikrat.org/der-ethikrat/, 22.04.2019

[9] The Spy who Loved and Nursed Me, https://www.heise.de/tp/features/The-Spy-who-Loved-and-Nursed-Me-4251919.html, 22.04.2019

[10] The strong robot with the gentle touch, http://www.riken.jp/en/pr/press/2015/20150223_2/, 22.04.2019

[11] Künstliche Intelligenz in der Medizin, https://www.datarevenue.com/de/usecases/kuenstliche-intelligenz-in-der-medizin, 22.04.2019

[12] Künstliche Intelligenz - Revolution für die Gesundheitsbranche, https://www.bvdw.org/fileadmin/bvdw/upload/publikationen/connected_health/20180724_Praesentation_KI_Health.pdf, 22.04.2019

[13] Bonusprogramm Techniker Krankenkasse, https://www.tk.de/techniker/service/gesundheit-und-medizin/praevention-und-frueherkennung/tk-bonusprogramm/massnahmen-2010354, 22.04.2019

[14] Aktiv Bonus Plus DAK, https://www.dak.de/dak/versicherung/dak-aktivbonus-plus-gesund-bleiben-und-punkten-2079918.html, 22.04.2019

[15] Lauren Weinstein auf Twitter, https://twitter.com/laurenweinstein/status/483051171255312384, 22.04.2019

[16] Entscheidung GZ: DSB-D123.270/0009-DSB/2018 vom 5.12.2018, https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/Dsk/DSBT_20181205_DSB_D123_270_0009_DSB_2018_00/DSBT_20181205_DSB_D123_270_0009_DSB_2018_00.html, 22.04.2019

Einer muss sterben – nur wer?

Laura Zimmermann



Autonomes Fahren

Zahlreiche Großkonzerne forschen daran, doch was steckt eigentlich hinter den möglichst autonom fahrenden Fahrzeugen? Ist diese Idee überhaupt realisierbar? Welche ethischen Diskussionen müssen im Vorhinein geführt werden?
Um dies zu ergründen, ist zunächst ein grundlegendes Sachverständnis von Nöten.

Automatisierungsstufen

Im Allgemeinen werden die Entwicklungsstufen zum autonomen Fahrzeug in sechs Level eingeteilt.

Level 0: Hier ist nur der Fahrer selbst für die Fahraufgabe zuständig.

Level 1: Beim *assistierten Fahren* stehen dem Fahrer einfache Assistenzsysteme zur Verfügung. Hierzu zählen beispielsweise Tempomat, Abstandsregeltempomat oder auch ein automatischer Spurhalteassistent.



Abbildung 6.1: *https://www.youtube.com/watch?v=TYZrehVQouc*

Level 2: Im Unterschied zum assistierten Fahren darf der Fahrer beim *teilautomatisierten Fahren* seine Hände bereits kurz vom Steuer nehmen. Dies wird häufig durch Kombination verschiedener Level 1 Assistenten ermöglicht. Beispiele hierfür sind Überholassistenten und automatisierte Einparksysteme.

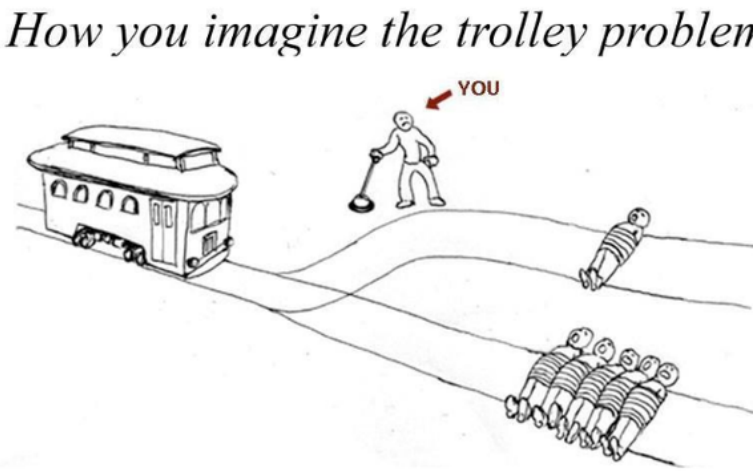
Level 3: Ab dem *hochautomatisierten Fahren* darf der Fahrer sich auch für kurze Zeit vom Fahrgeschehen abwenden. Allerdings muss er stets in der Lage sein, nach Aufforderung durch das System wieder selbst zu fahren. Verschiedene Automobilhersteller haben bereits einen autobahntauglichen Stauassistenten entwickelt, der diese Anforderungen erfüllt. Zugelassen sind Level 3 Systeme aber bisher noch nicht.

Level 4: Der Fahrer wird bereits beim *vollautomatisierten* Fahren zeitweise zum Passagier. Das Fahrzeug ist in der Lage, Fahrten auf bestimmten Strecken, beispielsweise eine Autobahnfahrt oder die Parkplatzsuche in einem Parkhaus, eigenständig vorzunehmen.

Level 5: Sobald ein Fahrzeug in der Lage ist, jegliche Verkehrssituationen eigenständig zu bewältigen, gilt es als *autonom*.

Beispiel eines Fehlgebrauchs

Neben den verschiedenen technischen Hürden erschweren auch die Endverbraucher die Arbeit der Hersteller automatisierter Fahrzeuge. Bietet man ein Komfortsystem so neigt der Mensch dazu dieses über seine Grenzen hinaus zu beanspruchen. Deshalb sind in bisher vorhandenen Systemen stets Kontrollinstanzen eingebaut.
Ein Beispiel für die Schwierigkeiten, den Missbrauch von Assistenzsystemen zu vermeiden, bietet der Autopilot von Tesla. Dieser ist ein Fahrassistenzsystem Level 2 und eine Kombination aus Abstandsregeltempomat und Spurhalteassistent. Aktiviert der Fahrer den Autopiloten, so muss er in regelmäßigen Abständen das Lenkrad drücken, um dem System seine Aufmerksamkeit rückzumelden. Viele Fahrer versuchen dies zu umgehen, und so kursieren zahlreiche Tipps und Tricks hierfür im Internet.
Viele Fahrer überschätzen die Fähigkeiten des Autopiloten, und so steht Tesla nach mehreren Unfällen, teilweise sogar mit Todesfolge, unter heftiger Kritik. Ähnliche Assistenzsysteme werden auch von anderen Herstellern angeboten. Im Unterschied zu Tesla heißen diese allerdings bewusst nicht Autopilot, um oben genannte Überschätzung des Systems zu verhindern.



Automated Valet Parking

Im Parkhaus des Mercedes-Benz Museums in Stuttgart befindet sich ein Pilotprojekt, welches in Zusammenarbeit von Bosch und Daimler entstanden ist. Ein automatisiertes Fahrzeug wird in der „Drop-off Area“ abgestellt und parkt von dort aus selbstständig im Mischbetrieb ein. Möchte der Fahrer das Parkhaus wieder verlassen, so bestellt er sein Auto per App in die „Pick-up Area“, welche das Fahrzeug ebenfalls eigenständig aufsucht. Unter *https://www.bosch-mobility-solutions.de/de/highlights/automatisierte-mobilität/automated-valet-parking/* ist ein anschauliches Erklärungsvideo zu finden.

Verantwortung aus rechtlicher Sicht

Ein rechtlicher Rahmen für autonomes Fahren wird zurzeit noch geschaffen. Bisher besagt die Wiener Konvention, dass ein Fahrer in Deutschland jederzeit sein Fahrzeug kontrollieren muss und andere Aktivitäten auf ein Minimum zu reduzieren hat.
Um Level 2 Assistenzsysteme zu ermöglichen, sind bereits kleinere Änderungen vorgenommen worden. So darf ein Fahrer bereits unter bestimmten Bedingungen für kurze Zeit seine Hände vom Lenkrad nehmen. An Änderungen, die eine Zulassung höherer Automatisierungsstufen ermöglichen, wird noch gearbeitet.
Auch die Frage, wer im Falle eines Unfalls haftet, ist noch ungeklärt.

Verantwortung aus ethischer Sicht

Um ethische Probleme zu veranschaulichen, bedient man sich häufig hypothetischer Folgen von Ereignissen zur Beachtung kausaler Zusammenhänge, sogenannte Szenarien. Eines der bekanntesten Szenarien ist das Trolley Problem. In diesem Szenario rollt ein Zug mit kaputten Bremsen auf eine Weiche zu. Man soll sich nun vorstellen, man selbst sei die Person an der Handstelleinrichtung der Weiche. Handelt man nicht, so fährt der Zug geradeaus über fünf Personen, welche aus beliebigem Grund die Gleise nicht rechtzeitig verlassen können. Es wird angenommen, dass dadurch alle fünf Personen sterben. Stellt man die Weiche um, so überfährt und tötet der Zug nur eine Person. Was würden Sie tun?

Utilitarismus

Utilitaristen bewerten eine Handlung nach ihren Folgen. Sie versuchen stets das von ihren Handlungen erzeugte Glück zu maximieren, während das erzeugte Leid möglichst minimiert wird.
Stünde also ein utilitaristisch programmiertes Auto vor einem Trolley-Problem, so würde es die Lebenswerte der Betroffenen gegeneinander aufrechnen (nach welchem System sei mal dahingestellt) und so die „beste“ Lösung finden.
Ein mögliches Szenario wäre hier beispielsweise, dass persönliche Daten von Krankenkassen so öffentlich zugänglich sind, dass Autosysteme darauf zugreifen können. Nach bestimmten Mustern, z.B. der statistischen Lebenserwartung, könnte so das Auto entscheiden, hier oder dorthin zu fahren.

Pflichtethik

In der Pflichtethik (auch Deontologie genannt) liegt der Wert einer Handlung in dieser selbst. Folglich existieren Handlungen, wie z.B. Foltern oder Töten, die als kategorisch falsch angesehen werden.
Ein deontologisch programmiertes Fahrzeug würde also einen festen Regelsatz besitzen, welcher die Reaktion in verschiedenen Situationen festlegt. Dieser Regelsatz müsste aber auf einem gesellschaftlichen Konsens beruhen.
Um eine Diskussion zu diesem Problem zu provozieren, wurde die Seite *http://moralmachine.mit.edu/* veröffentlicht. Hier lassen sich verschiedene Trolley Szenarien durchspielen. Es soll sowohl das Nachdenken der Teilnehmer angeregt als auch eine Statistik erstellt werden, nach welchen Kriterien die Testpersonen urteilen.

Die Ethik-Kommission

Im Juni 2016 wurde im Auftrag des damaligen Verkehrsministers eine Ethik-Kommission ins Leben berufen, die ethische Regeln für den Umgang mit autonomen Fahrzeugen erarbeitete. Die Kernaussagen dieser Regeln lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Das autonome Fahren muss eine positive Risikobilanz aufweisen. D.h. autonome Fahrzeuge sollten zumindest weniger Unfälle als Menschen verursachen.
- Das menschliche Leben hat Priorität. Bevor ein menschliches Leben in Gefahr gerät, muss also ein Tier- oder Sachschaden in Kauf genommen werden.
- Autonome Fahrzeuge sollen eine Steigerung der Verkehrssicherheit bewirken. Folglich sollen sie möglichst defensiv und vorausschauend fahren.
- Jegliche Qualifizierung von Menschen, z.B. nach Alter oder Geschlecht, ist unzulässig. Daraus resultiert auch, dass die Aufrechnung von Menschenleben untersagt ist.
- Es muss stets dokumentiert werden, ob der Fahrer oder das Fahrzeug für die Fahraufgabe zuständig ist, um Haftungsfragen zu klären.
- Über Weitergabe und Verwendung der Fahrzeugdaten entscheidet der Fahrzeughalter.

Quellen

- https://www.bosch-mobility-solutions.de/de/highlights/automatisierte-mobilität/automated-valet-parking/
- Automatisiertes Fahren – Herausforderungen aus rechtlicher Sicht. Webinar e-fellows.net, 13.11.2018
- https://www.tesla.com/de_DE/autopilot
- https://www.adac.de/rund-ums-fahrzeug/autonomes-fahren/grundlagen/autonomes-fahren-5-stufen/
- https://www.adac.de/rund-ums-fahrzeug/autonomes-fahren/recht/ethische-fragen/?redirectId=quer.ethische%20fragen
- https://scilogs.spektrum.de/feuerwerk-der-neuronen/autonomes-fahren-eine-frage-der-ethik-oder-kant-faehrt-dein-auto-gegen-die-wand/

Völlig losgelöst? Über die Schönheit der Mathematik und die Verantwortung der Kunst

Kari Küster, David Reissfelder



Über die Schönheit der Mathematik

Nachdem in diesem Romseminar die Mathematik aufgrund einer vermeintlichen Verantwortung, die mit ihr einhergehe, bisher als Schuldige betrachtet wurde, soll dieser Artikel vom Gegenteil überzeugen. Mit rigorosen mathematischen Methoden werden wir die Mathematik mittels des folgenden Theorems von allen Anschuldigungen freisprechen. Dessen Beweis ist zwar nicht ganz trivial, aber sehr schön.

Theorem. *Mathematik ist verantwortungsfrei.*

Der Beweis dieses fundamentalen Theorems basiert auf folgendem Lemma.

Lemma. *Mathematik ist Kunst.*

Für den Beweis dieses Lemmas müssen wir zunächst den Begriff der *Kunst* klären. Wir greifen auf folgende Definition von Karl Valentin (1882–1948) zurück.

Definition. „*Kunst* ist

(i) schön,

(ii) macht aber viel Arbeit."



Karl Valentin

Beweis. Wir müssen die Axiome (i) und (ii) aus der Definition von Kunst zeigen. Dass Mathematik viel Arbeit macht, Axiom (ii), folgt aus der Bemerkung des französischen Mathematikers André Lichnerowicz (1915–1998).

> „Il est difficile de distinguer un mathématicien qui réfléchit d'un mathématicien qui dort.[1]"

Es bleibt Axiom (i) zu zeigen: *Mathematik ist schön.* Diesem Axiom widmen wir uns auf den folgenden Seiten.

Hört man Mathematiker über Mathematik sprechen, so begegnen einem oft ästhetische Werturteile wie *schön*, *elegant* oder *hässlich*. Doch sind dies adäquate Beschreibungen für ihr Empfinden gegenüber Mathematik? Können Mathematiker tatsächlich Schönheit in Bezug auf Mathematik empfinden? Wir beleuchten diese Frage zunächst vonseiten der Hirnforschung.

Was passiert im Gehirn eines Mathematikers?

Ist also die Erfahrung mathematischer Schönheit neurowissenschaftlich vergleichbar mit dem Betrachten eines schönen Kunstwerks oder dem Hören eines schönen Musikstücks? Mit dieser Frage befassten sich Semir Zeki, Professor für Neuroästhetik am University College London, und der Fields-Medaillen- und Abel-Preis-Träger Michael Atiyah zusammen mit ihren Koautoren. In ihrer Studie aus dem Jahr 2014 (siehe [SRBA14]) wurden 15 Mathematik-DoktorandInnen und Postdocs verschiedener Londoner Colleges 60 mathematische Gleichungen vorgelegt, welche diese ästhetisch bewerten sollten. Die Testpersonen bekamen die Gleichungen zunächst zwei Wochen vor dem eigentlichen Experiment vorgelegt, damit sie sich mit diesen auseinandersetzen konnten. Schließlich sollten sie diese gemäß ihrer Schönheit in den Kategorien schön, neutral oder hässlich beurteilen, während sie an einen Magnetresonanztomografen (MRT) angeschlossen waren, der ihre Hirnaktivität aufzeichnete. Besonders konsistent als schön bewertet wurde dabei die Eulersche Formel

$$e^{i\pi} + 1 = 0,$$

wohingegen die Gleichung

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$

des indischen Mathematikers Srinivasa Ramanujan (1887–1920) von den meisten Versuchspersonen als hässlich empfunden wurde.
Das Ergebnis dieser MRT-Studie war, dass beim Betrachten von als schön klassifizierten Formeln Hirnbereiche im sogenannten medialen orbitofrontalen Kortex aktiv sind. Wie in einer früheren Studie festgestellt wurde, sind diese auch bei der Verarbeitung von sinnlich ästhetischen Reizen aktiv.

[1] Es ist schwer, einen Mathematiker, der nachdenkt, von einem Mathematiker, der schläft, zu unterscheiden.

Schöne mathematische Modelle

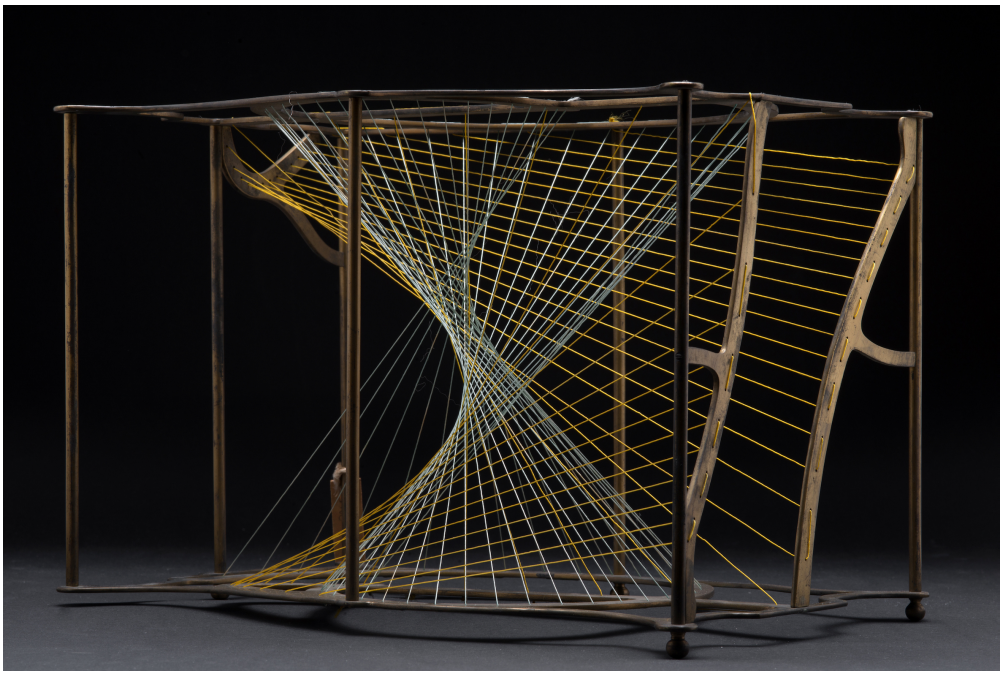
Somit nehmen Mathematiker offenbar Schönheit in der Mathematik wahr. Doch was ist mit dieser Schönheit gemeint? Wir betrachten zunächst ein paar schöne Bilder.



Gipsmodell: Kubik mit drei Singularitäten, Carl Rodenberg (Darmstadt, 1881)



Dodekaederstern aus Karton, Max Doll (Karlsruhe, um 1900)



Fadenmodell einer Regelfläche, nach Karl Rohn (Leipzig, 1880–1900)

Diese Bilder von historischen Modellen mathematischer Objekte, zu sehen in der Ausstellung „Mind and Shape“ im Mathematischen Institut der Uni Tübingen (s. [ELB18]), sind zwar unbestreitbar hübsch anzusehen, jedoch verdeutlichen sie nicht, was Mathematiker unter „schöner“ Mathematik verstehen. Mathematische Schönheit ist von anderer Natur, sie geht über das Visuelle bzw. sinnlich Erfahrbare hinaus. Um ihr näher zu kommen, lassen wir den Mathematiker Godfrey Harold Hardy (1877–1947) sprechen, den vielleicht bedeutendsten britischen Mathematiker der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts. Hardy schrieb in seinem Essay „A Mathematician's Apology“ zur Schönheit in der Mathematik (s. [God08, S. 85]):

> „The mathematician's patterns, like the painter's or the poet's must be beautiful; the ideas, like the colours or the words must fit together in a harmonious way. Beauty is the first test: there is no permanent place in this world for ugly mathematics.“

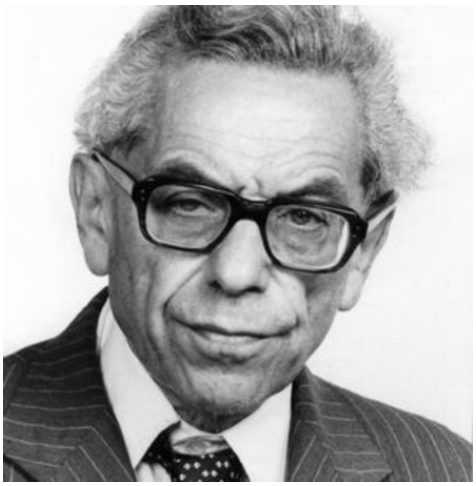
Träger mathematischer Schönheit

Hardy spricht von „patterns“, den „Mustern“ oder „Strukturen“ der Mathematiker, die schön sein müssen, also Träger mathematischer Schönheit sind. Als solche könnte man Theoreme und Beweise oder auch ganze mathematische Theorien verstehen.

Die schönsten Beweise

Im Zusammenhang mit den schönsten aller Beweise sei der ungarische Mathematiker Paul Erdős (1913–1996) erwähnt. Er zweifelte zwar an der Existenz Gottes – für ihn war Gott der „Supreme Fascist“, kurz „SF“, der Socken verschwinden ließ – aber er glaubte an das himmlische BUCH der Beweise, ein Buch der vollkommenen Ästhetik. In diesem Buch steht zu jedem mathematischen Resultat nur ein Beweis, nämlich der schönste. Ab und zu

erhascht ein Sterblicher einen Blick in das BUCH, der sich in einer ganz besonders eleganten mathematischen Idee äußert. Das Ziel eines jeden Mathematikers sollte es nach Erdős sein, nach diesen „BOOK-proofs“ zu suchen. Ein großes Kompliment seinerseits für einen Beweis war, er sei „straight from the Book“. Allerdings verdächtigte Erdős Gott, die elegantesten Beweise für sich zu behalten. Ein paar wenige Seiten aus dem Buch als irdische Fassung wurden 1998 von Martin Aigner und Günther Ziegler als „Das BUCH der Beweise“ (siehe [MZ18]) veröffentlicht. Erdős selbst, der zunächst noch an der Entstehung des Buches beteiligt war, verstarb leider vor der Veröffentlichung.



Paul Erdős

Die schönsten Theoreme

In einer Ausgabe der Fachzeitschrift *The Mathematical Intelligencer* aus dem Jahr 1988 konnten Leser 24 Theoreme auf einer Skala von 0 bis 10 nach ihrer Schönheit bewerten. Die Umfrageergebnisse wurden in dem Aufsatz „Are These the Most Beautiful?“ von 1990 ausgewertet (s. [Dav90]). Als schönste Theoreme gingen daraus hervor:

Platz 1: Eulersche Formel

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

Platz 2: Eulerscher Polyedersatz

Für ein konvexes Polyeder gilt für die Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen E, K und F der Zusammenhang

$$E - K + F = 2.$$

Platz 3: Satz von Euklid

Es gibt unendlich viele Primzahlen.

Was zeichnet nun gerade diese Theoreme aus? Die Begründung für die Schönheit der Eulerschen Formel lautet häufig, dass hier die fünf wichtigsten Konstanten der Mathematik, nämlich e, i, π, 1 und 0 in einen sehr einfachen Zusammenhang gestellt werden. Der Satz von Euklid befasst sich mit den mystisch umwobenen Primzahlen, welche in gewisser Weise die Grundbausteine der natürlichen Zahlen, aber andererseits „unberechenbar“ sind. Er ist – samt elegantem Beweis – auch für Laien verständlich. Doch kann man quantifizieren, wann ein Theorem oder Beweis als besonders schön empfunden wird?

Kriterien mathematischer Schönheit

Wir kommen nun zur Frage, woran sich Schönheit in der Mathematik bemisst. Wir sind also auf der Suche nach Kriterien, welche etwa einem Theorem oder Beweis seine Schönheit verleihen. Hierfür orientieren wir uns an der Dissertation von Susanne Spies, einer ehemaligen Doktorandin von Gregor Nickel (siehe [Sus13, Kapitel 2]). Sie hat in ihrer Doktorarbeit folgende Merkmale mathematischer Schönheit herausgearbeitet, welche so oder so ähnlich in meist essayistischen Texten mathematischer Persönlichkeiten wie Hardy, Doris Schattschneider, Armand Borel, Helmut Hasse, Jerry P. King oder John von Neumann umschrieben werden.

Tragweite

Mit *Tragweite* ist in Bezug auf schöne Mathematik meist weniger die Anwendbarkeit im „klassischen" Sinne, also außerhalb der Mathematik – etwa in den Naturwissenschaften – gemeint, sondern eine innermathematische Reichweite. Beispielsweise kann ein Beweis als schön empfunden werden, wenn seine Idee übertragbar auf Beweise anderer, möglicherweise aus anderen mathematischen Gebieten stammender Resultate ist und so die mathematische Forschung vorangebracht werden kann. Auch ein Beweis (oder eine Theorie oder ein Theorem), in den Methoden aus unterschiedlichen Teildisziplinen der Mathematik eingehen und diese somit in Verbindung setzt, führt zu tieferen Einsichten in die Strukturen der Mathematik und weckt beim mathematisch geschulten Betrachter ästhetische Empfindungen. Als Beispiel sei der Satz von Green-Tao genannt, ein Resultat aus der Zahlentheorie, das u. a. mit ergodentheoretischen Methoden bewiesen wurde. Tragweite kann auch bedeuten, dass ein mathematisches Resultat Voraussetzung für weitere Theoreme ist, wie etwa die Riemannsche Vermutung, welche zwar bislang unbewiesen, aber Basis vieler mathematischen Ergebnisse ist. Auch wenn ein seit Jahrhunderten ungelöstes Problem Eingang in die Populärwissenschaft gefunden hat, kann ihm seine Berühmtheit eine besondere Tragweite und somit Schönheit verleihen.

Ökonomie

Unter *Ökonomie* soll im Kontext mathematischer Schönheit eine relative Kürze und Einfachheit verstanden werden. Hiermit ist nicht simple Mathematik gemeint, sondern beispielsweise eine gewisse Zielstrebigkeit in der Argumentation und die Abwesenheit von Unnötigem, wie etwa vielen technischen Details. Auch ein schwieriges tiefliegendes Theorem, das einen im Verhältnis zu seiner Bedeutung und Tragweite einfachen Beweis hat, ist schön durch seine Ökonomie. Generell wird die Spannung zwischen Einfachheit und Komplexität häufig als ästhetisch erlebt. So kann umgekehrt ein einfaches, möglicherweise sogar für Laien verständliches Theorem als schön empfunden werden, weil es bisher ungelöst ist oder nur ein schwieriger Beweis gefunden wurde. Auch wenn ein komplexer mathematischer Sachverhalt durch neue bzw. andere mathematische Mittel einfacher ausgedrückt werden kann, wird dies als schön im Sinne der Ökonomie bewertet.

Klarheit/Epistemische Relevanz

Schöne Mathematik sollte auch verständlich sein, so dass auch die subjektive Zugänglichkeit eine wichtige Rolle spielt. Außerdem sollte sie nicht nur logisch korrekt sein und die Richtigkeit einer Aussage zeigen, sondern mehr noch zu einem tieferen Verständnis und Erkenntnisgewinn führen. Schöne Mathematik liefert ein Erlebnis, in dem sich grundlegende

Ideen offenbaren und eine Antwort auf die Frage des „Warum“ gegeben wird. Dies äußert sich häufig in Form eines Aha-Effekts, einer Art plötzlichen vollständigen Verstehens.

Emotionale Wirksamkeit

Schöne Mathematik spricht beim Mathematiker eine Vielzahl von Gefühlen an. Darunter wird häufig das Gefühl der Überraschung genannt, z. B. über eine unerwartete Beweisidee oder die Form der Argumentation. Auch Erstaunen etwa über die Einfachheit und Prägnanz eines Arguments wird oft empfunden und ein gewisses Gefühl der Unausweichlichkeit, wenn beispielsweise ein Beweis den Eindruck vermittelt, dass sein Ziel unumgänglich ist.

Beispiele

Wir demonstrieren die eben genannten Kriterien anhand einiger Beispiele.

Beispiel 1 (Primzahlzwillingsvermutung)**.** Es gibt unendlich viele Primzahlzwillinge[2].

Die Primzahlzwillingsvermutung soll schon auf Euklid zurückgehen und genießt als eines der ältesten ungelösten Rätsel der Mathematik Berühmtheit über die Grenzen der Mathematikerwelt hinaus, hat also in diesem Sinne eine hohe Tragweite. Sie ist so klar und einfach, dass sie sogar für Laien verständlich ist und überrascht damit, trotz dieser Einfachheit bisher weder bewiesen noch widerlegt worden zu sein.

Beispiel 2 (Schubfachprinzip)**.** Für $n, m \in \mathbb{N}$ mit $n > m$ sollen n Objekte auf m Schubfächer verteilt werden. Dann existiert ein Schubfach, in dem mindestens zwei Objekte liegen.

Auch das Schubfachprinzip ist für jeden Kommodenbesitzer leicht nachvollziehbar. Nichtsdestotrotz hat es eine überraschend große Tragweite, denn es fungiert als Prinzip diverser Beweise. Um diese Tragweite zu illustrieren, folgen zwei Beispiele für Anwendungen des Schubfachprinzips.

Beispiel 3. Es gibt mindestens zwei Menschen in Berlin, die gleich viele Haare auf dem Kopf haben.

Beweis. Die Schubfächer sind hier die möglichen Anzahlen von Haaren, die nach oben durch ca. 200.000 begrenzt ist. Die Objekte sind die ca. 3,5 Millionen Berliner. Es gibt also mehr Objekte als Schubfächer. □

Nach diesem sicherlich „emotional wirksamen“ Beispiel nun noch eines aus der Zahlentheorie, welchen das Schubfachprinzip als Beweisidee mit einem elegant kurzen und einfachen und dadurch schönen Beweis versieht.
Sei $n \in \mathbb{N}$. In jeder $n+1$-elementigen Teilmenge M von $\{1, ..., 2n\}$ gibt es mindestens zwei Elemente, die keinen gemeinsamen Teiler haben.

Beweis. Wir teilen die Menge $\{1, ..., 2n\}$ in die Schubfächer $\{1, 2\}, \{3, 4\}, ..., \{2n-1, 2n\}$ auf. Jedes dieser n Schubfächer enthält also zwei aufeinanderfolgende und somit teilerfremde Zahlen. Die Objekte, die wir auf diese Schubfächer verteilen wollen, sind die Elemente in M, also $n+1$ viele. Wieder haben wir also mehr Objekte als Schubfächer und können das Schubfachprinzip anwenden. □

[2] Ein Primzahlzwilling ist ein Paar von Primzahlen mit Abstand 2, also z. B. 3 und 5 oder 11 und 13.

Die Rolle der Schönheit in der Mathematik: Wegweiser und Wahrheitsindikator?

Um die Bedeutung der Schönheit für viele Mathematiker zu verdeutlichen, erinnern wir uns an die Worte Hardys:

> „Beauty is the first test: there is no permanent place in this world for ugly mathematics."

Somit spricht Hardy unschöner Mathematik ihre Daseinsberechtigung ab, zumindest auf lange Sicht. Er könnte damit etwa meinen: Wenn ein Theorem bisher nur mit „hässlichen" Methoden bewiesen wurde, sollte man so lange suchen, bis man einen schönen Beweis gefunden hat. So entsteht neue Mathematik, motiviert durch fehlende Schönheit. Die Schönheit kann also als Wegweiser der mathematischen Forschung fungieren. Andere Mathematiker äußerten sich noch radikaler. Atiyah maß der Schönheit in seiner Rede im Rahmen des Heidelberger Laureatenforums 2014 (nachhörbar unter [Ati]) gar die Rolle eines Wahrheitsindikators zu, der Hinweise auf die Richtigkeit einer Vermutung geben kann. Schönheit sei ein oft verlässlicheres Kriterium als vermeintliche Korrektheit, welche sich nach erneuter Überprüfung als falsch herausstellen könne. Ähnlich sah es auch der deutsche Mathematiker Hermann Weyl (1885–1955), der versicherte:

> „In meiner Arbeit habe ich immer versucht, das Wahre mit dem Schönen zu vereinen; wenn ich mich für das Eine oder das Andere entscheiden musste, habe ich stets das Schöne gewählt.

Um dieses Zitat besser einordnen zu können, sollte man folgende Anekdote aus Weyls Leben kennen: Weyl hatte eine mathematische Theorie entwickelt, welche Maxwells Elektromagnetismus und Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie miteinander verbinden sollte. Doch der Gutachter, Albert Einstein, lehnte die Arbeit ab, da sie experimentellen Beobachtungen zu widersprechen schien. Weyl bestand jedoch auf einer Veröffentlichung, der mathematischen Schönheit wegen. Er setzte sich durch und die Arbeit erschien mit Einsteins ablehnendem Gutachten im Anhang. Nach Aufkommen der Quantenmechanik kam es zu einer Neuinterpretation von Weyls Gleichungen, welche wegweisend war. Die mathematische Schönheit hatte hier also die Wahrheit „vorhergesagt".

Wir kehren nun zu unserer eigentlichen Intention zurück, nämlich zu beweisen, dass Mathematik Kunst ist. Da wir nun nachgewiesen haben, dass Mathematik schön ist, folgt aus der Definition von Karl Valentin die Behauptung. Damit ist unser Theorem bewiesen, dass Mathematik verantwortungsfrei ist.

□

...wirklich?

Über die Verantwortung der Kunst

In obigem Beweis wird stillschweigend davon ausgegangen, dass Kunst grundsätzlich frei von Verantwortung sei. Demnach dürfe Kunst alles, ohne sich um Konsequenzen zu kümmern, weil es eben Kunst ist. Es gibt diese Vorstellung, Kunst müsse allein der Schönheit gewidmet sein, um ihren eigentlichen Zweck zu erfüllen, frei von äußeren Zwängen und Verantwortlichkeiten. Der junge Pianist Igor Levit, mittlerweile auf den größten Bühnen



Igor Levit

weltweit zu Hause, stört sich an genau einer solchen Sichtweise. Von der Aargauer Zeitung wurde er 2017 gefragt (siehe [Lev]):

> **Aargauer Zeitung:** „Es missfällt Ihnen angeblich, wenn jemand sagt, er müsse so viel Klavier üben, dass er für Politik keine Zeit hat."
>
> **Igor Levit:** „Es ist falsch, dass ein Mensch und Staatsbürger sich mit seinem Beruf dafür entschuldigt, seinen staatsbürgerlichen Pflichten nicht nachzukommen. Das ist im besten Fall gedankliche Faulheit und im schlechtesten Fall eine ungeheure, situative Arroganz. Denn ein Mensch, der in der Lage ist, einen solchen Satz zu sagen, genießt offenbar gewaltige persönliche Freiheiten. Ansonsten könnte er sich nicht so aus der Verantwortung stehlen. Um sich so einen Satz leisten zu können, hat dieser Mensch von der Gesellschaft unheimlich viel bekommen – um dann, wenn es ihm gerade gut geht, zu sagen: ‚Liebe Gesellschaft, ich zeige dir den Stinkefinger'. So können wir unsere Demokratie einpacken."
>
> **AZ:** „Und die Kunst gleich mit?"
>
> **IL:** „Aber sicher. Denn welcher Kunstbegriff steckt dahinter? Ein absolut kunst- und weltfremder. Wer die Kunst benutzt, um zu sagen: Kunst ist groß und alltägliche Probleme sind klein, hat etwas Wesentliches nicht erfasst. (...) Ein kraftvolles Kunstwerk ist nun mal von Menschenhand gemacht. Geschaffen. Erfunden. Erdacht. Erlebt. Wo kämen wir hin, wenn wir die Kunst vom Leben und der Gesellschaft trennten?"

Solchen Worten lässt Levit auch Taten folgen. Im Frühling 2018 gab er seinen 2014 erhaltenen „Echo-Klassik"-Preis zurück, um Protest gegen die Verleihung des „Echo" an die deutschen Rapper Kollegah und Farid Bang auszudrücken, die in ihren Texten Auschwitz-Opfer verhöhnten. Bei Twitter kommentiert er regelmäßig politische Debatten und setzt sich beispielsweise für Flüchtlinge ein, ohne sich dabei von einer bestimmten Partei vereinnahmen zu lassen.

Um die Vorstellung einer verantwortungsfreien bzw. verantwortungslosen Kunst zu entkräften, sollen im Folgenden Überlegungen zur Frage der (politischen) Verantwortung von Kunst und Kunstschaffenden, hier konkret am Beispiel von Musik, angestellt werden. Einige Beispiele aus der Musikgeschichte sollen zeigen, dass Verantwortung und Kunst auf unterschiedliche Weise miteinander verknüpft sein können. Komponisten können Verantwortung



Ludwig van Beethoven

spüren, in anderen Fällen sind es Interpreten, Politiker oder Filmregisseure, deren Handeln mit Verantwortung beladen ist.
Levits Haltung, dass Kunst und Gesellschaft aufs Engste verbunden sind, teilte ein anderer berühmter Pianist zweihundert Jahre zuvor. Der junge Ludwig van Beethoven (1770–1827) war von den Idealen der französischen Revolution, die 1789 ihren Anfang nahm, deren Folgen nach 1800 aber bei weitem noch nicht abzuschätzen waren, begeistert. Für seine dritte Sinfonie, mit der er mehr noch als in den Vorgängerwerken die Grenzen des musikalisch Denkbaren verschieben wollte, sah er einen expliziten Bezug auf Napoleon Bonaparte vor, den Ersten Konsul der französischen Republik und somit einen entscheidenden Vertreter der revolutionär-republikanischen Idee. So stand auf dem Titelblatt „Sinfonia grande, intitolata Bonaparte“. Die Sinfonie erlebte ihre Uraufführung im Frühjahr 1804 bei einem privaten Hauskonzert des Fürsten Lobkowitz (pikanterweise stellte diese höfische Patronage gewissermaßen ein Gegenbild zu den republikanischen Werten dar). Der Film „Eroica“, 2003 von der englischen BBC produziert, stellt diese epochemachende Aufführung mit einem echten Orchester in Gänze nach und wirft in Nebensträngen Blicke auf weitere Kontexte. Bei einem Gespräch zwischen der Frau des Fürsten Lobkowitz und Beethovens unbedarft wirkendem Klavierschüler Ferdinand Ries (später selbst ein bedeutender Komponist) kommt die Namensnennung Napoleons zur Sprache, die Ries gegenüber der Adligen sichtbar unangenehm ist. Sie gibt sich hingegen als Anhängerin progressiver Ideen zu erkennen und wischt seine Bedenken beiseite. Vielmehr ist sie interessiert, ob Ries es für möglich halte, dass Musik gänzlich unabhängig von Politik sein könne.
Szenenwechsel, am 2. Dezember 1804: Einige Monate nach dieser Uraufführung krönt sich Napeolon in der Pariser Kirche Notre-Dame selbst zum Kaiser. Mit der Errichtung des Ersten Kaiserreichs fand die erste französische Republik ihr Ende. Im Film wird Beethoven die Botschaft von Ries in einem Gasthaus übermittelt. Er ist erschüttert und enttäuscht. In einer Affekthandlung zerreißt er das Titelblatt seiner Sinfonie mit Napoleons Namen[3].

[3]Der Film stützt sich hierbei auf die Schilderungen in Ries' Memoiren, die 1838, also mehr als



Titelblatt der Eroica-Handschrift mit ausgekratztem Untertitel „intitolata Bonaparte“

Beethoven nahm also in zweierlei Hinsicht seine Verantwortung als Künstler wahr. Er hatte den Drang verspürt, seinen politischen Ansichten mit seiner Musik Ausdruck zu verleihen – auch wenn die Namensnennung Napoleons nicht hörbar ist, zeigt die Sinfonie einen ähnlich revolutionären Anspruch – und zeigte so sein Bewusstsein für das enge Band, das Musik und Gesellschaft verbindet. In der zweiten Hinsicht reagierte er auf den Verrat an den Idealen der französischen Revolution, als den er Napoleons Selbstkrönung empfand, indem er die Namensnennung zurücknahm. Heute ist die Sinfonie als „Eroica“ bekannt, die Erstveröffentlichung trug 1806 den Titel „Sinfonia eroica, composta per festeggiare il sovvenire di un grand'uomo“, was sich möglicherweise auf den kurz zuvor verstorbenen Prinzen Louis Ferdinand bezog.

Seit jeher befindet sich Musik stets in Funktionszusammenhängen: Bei Gebet, Ritual, Erziehung, Erholung, Repräsentation kommt sie zum Einsatz und verfolgt stets einen konkreten Zweck. So ist die vielbeschworene Schönheit der Kunst nie Selbstzweck, sondern dient einem Ziel. Somit kann sie auch missbraucht werden – mit ihr geht also Verantwortung einher. Heute wird die gesellschaftliche, politische oder soziale Wirkung von Musik in zahlreichen Kontexten deutlich: Musik wird bewusst in der Werbung eingesetzt, sie dient der Entspannung und der Therapie. Im Stadion wird ihre Wirkung unmittelbar spürbar, wenn Fans ihre Gesänge anstimmen. Diese erzeugen eine starke Gruppenidentität, wirken inklusiv, also einschließend, nach außen aber auch exkludierend.

Je nach Verwendung der Musik wird angestrebt, einen außermusikalischen (politischen oder gesellschaftlichen) Kontext auszublenden und allein die Schönheit der Kunst ins Zentrum zu stellen, losgelöst von äußeren Zwängen. Die romantische Musikästhetik des 19. Jahrhunderts postulierte die Auffassung einer solchen reinen, puren Musik. Mit dem Begriff „absolute Musik“ bestimmt dieses Konzept einen Großteil der Musik, die bis heute in Konzertsälen erklingt: Sinfonien, Klaviermusik, Solokonzerte und Kammermusik. Gleichzeitig entwickelte

zwanzig Jahre nach der Begebenheit, erschienen. Das erhaltene Titelblatt von Beethovens Handschrift ist beschädigt, offenbar hatte er versucht, den beigefügten Namen auszukratzen.



Daniel-François-Esprit Auber

sich im Jahrhundert des sich vom Adel emanzipierenden und politisierenden Bürgertums ein Begriff politischer Musik. So wie Karikaturisten mit ihren Zeichnungen bewusst eine politische Debatte zuspitzen, nimmt hier die Musik den politischen Kontext explizit auf. Politische Bezüge sind also vom Komponisten bewusst intendiert oder mindestens nicht ausgeschlossen. Daraus folgt jedoch nicht automatisch, dass er eine bestimmte Wirkung oder einen bestimmten Zweck beabsichtigt hätte.
Die Handlung der Oper „La muette de Portici“ von Daniel-François-Esprit Auber aus dem Jahr 1828 greift die Revolte der Neapolitaner gegen die spanischen Besatzer im 17. Jahrhundert auf. Im Umfeld der Pariser Julirevolution von 1830 thematisierte sie auf der Bühne mit dem Aufstand Fragen, die für die Zeitgenossen alles andere als weit in der Vergangenheit lagen. Dies bewies in besonders eindrücklicher Weise die Aufführung der Oper am 25. August 1830 in Brüssel, dem Geburtstag von König Wilhelm I. der Niederlande. In den vorangehenden Jahren hatten sich in den südlichen Provinzen des Vereinigten Königreichs der Niederlande politische Spannungen aufgebaut, die sich an dem Tag der Aufführung in Unruhen entluden. Während des Duetts „Amour sacré“ im zweiten Akt kam es nach zeitgenössischen Berichten zu Ausrufen „Vive la liberté“ und nach der Oper zu Ausschreitungen, die am Beginn der Belgischen Revolution standen:

„Amour sacré de la patrie,
Rends-nous l’audace et la fierté;
A mon pays je dois la vie.
Il me devra sa liberté.“

Geheiligte Liebe zum Vaterland,
Gib uns Wagemut und Stolz zurück;
Meinem Land verdanke ich das Leben.
Es wird mir seine Freiheit verdanken.

Nur wenige Wochen später wurde der belgische Staat gegründet. Selbstverständlich hatte es Auber ferngelegen, mit seiner Oper eine Revolution zu entfachen. Doch den politischen

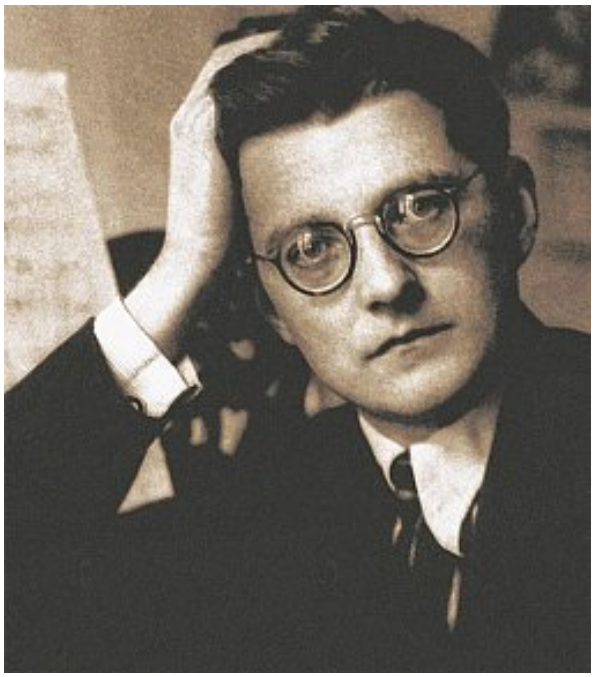
Bezug der Musik hatte er mit seiner Bearbeitung der historischen Handlung nahegelegt. Dies funktioniert natürlich mit Vokalmusik einfacher als mit Instrumentalmusik ohne Worte. Nicht erst seit 1968 wird in Liedern politisches Engagement ausgedrückt. Volkslieder wie „Die Gedanken sind frei“ zeigen, dass auch im 19. Jahrhundert die Musik nicht nur der Schönheit verpflichtet war.

Auch ohne Wissen des Komponisten bzw. erst lange nach dessen Tod kann Musik zu politischer Musik werden. Das nationalsozialistische Regime im Deutschland der 1930er-Jahre legitimierte sich in besonderer Weise durch deutsche Kunst und Kultur. Der langsame Satz aus Beethovens oben angesprochener Eroica-Sinfonie, ein Trauermarsch, diente der Ehrung verstorbener Soldaten. Ein Ausschnitt aus Franz Liszts sinfonischer Dichtung „Les Préludes“ wurde zur „Russland-Fanfare“ verarbeitet, um die Filmaufnahmen der Frontkorrespondenten in der Wochenschau musikalisch zu umrahmen. Der durch Anpassungen von Joseph Goebbels noch martialischere Klang hatte nichts mit Liszts ursprünglicher Komposition zu tun, es handelte sich um einen Missbrauch zu Propagandazwecken. Die Musik von Anton Bruckner und Richard Wagner wurde von Adolf Hitler besonders verehrt, der regelmäßig die Bayreuther Festspiele besuchte.

Liszt, Bruckner und Wagner waren längst tot, doch für einen weiterhin wirkenden Komponisten wie Richard Strauss stellte sich die Frage der persönlichen Verantwortung umso dringlicher. Zwischen 1933 und 1935 war der weltberühmte Künstler Präsident der Reichsmusikkammer und diente so dem Regime in repräsentativer Funktion. An seinen Librettisten Stefan Zweig, der im englischen Exil lebte, schrieb er: „Daß ich den Präsidenten der Reichsmusikkammer mime? Um Gutes zu tun u. größeres Unglück zu verhüten. Einfach aus künstlerischem Pflichtbewußtsein! Unter jeder Regierung hätte ich diese [sic] ärgerreiche Ehrenamt angenommen.“(zitiert nach: [Ger05, S. 412]). Der Brief wurde von der Gestapo abgefangen und Strauss zum Rücktritt gezwungen – offiziell, um sich mehr seinem Schaffen widmen zu können. Ohne das Amt wurde sein Wirken jedoch kaum weniger politisch. Die Debatte um Strauss’ Verwicklungen mit dem nationalsozialistischen Regime hält bis heute an.

Ein weiteres Beispiel für den Umgang mit der persönlichen und künstlerischen Verantwortung in einem diktatorischen Regime zeigt die Person Dmitrij Schostakowitschs. Der junge Komponist war schon früh in seiner Karriere eng mit repräsentativen Funktionen für die Sowjetunion betraut worden: Seine 2. Sinfonie von 1927 war ein Auftragswerk zum 10. Jahrestag der Oktoberrevolution. Auch mit der Oper „Lady Macbeth von Mzensk“ gelang ihm 1936 zunächst ein großer Erfolg beim Publikum. Stalin beschloss, sich dieses Werk selbst anzuhören, verließ die Vorstellung jedoch schon nach dem ersten Akt. Am Tag darauf erschien ein anklagender Artikel in der Parteizeitung Prawda, der mit „Chaos statt Musik“ überschrieben war und Schostakowitsch bezichtigte, die Ideale der sowjetischen volksnahen Kunst verraten zu haben. In einem zeitlichen Umfeld, in dem politische Gegner und andere Feinde des stalinistischen Regimes verbannt oder ermordet wurden, kam diese Abrechnung einem lebensgefährlichen Angriff gleich. Wie reagierte er künstlerisch auf diese Situation? Seine 5. Sinfonie im Folgejahr 1937 ist moderater und weniger experimentierfreudig als der modernistische, grelle Dissonanzen nicht vermeidende Orchestersatz der Oper. Sie sorgte für einhellige Begeisterung und wurde als Werk eines „wieder auf Linie gebrachten“ Künstlers angesehen. Am Ende der Sinfonie steht ein grandioser Triumphmarsch, der die Unterstützung des Regimes zu bekräftigen scheint.

So weit, so klar – würden nicht die postum erschienenen Memoiren des Komponisten 1979 eine mögliche andere Perspektive auf dessen Verhältnis zur Sowjetunion eröffnen. Die Memoiren sind eine Zusammenstellung von Erinnerungen durch den Musikwissenschaftler Solomon Wolkow. So wird eine uneingeschränkte Authentizität aller Passagen zwar von



Dmitri Schostakowitsch

manchen Stimmen bestritten, aber es gibt doch Konsens darüber, dass Schostakowitsch nicht der astreine Regimekomponist gewesen war, als der er zu Lebzeiten erschien. Gerade das Finale der 5. Sinfonie stellt eine Aussage aus den Memoiren in ein neues Licht: „Was in der Fünften vorgeht, sollte meiner Meinung nach jedem klar sein. Der Jubel ist unter Drohungen erzwungen. [...] So als schlage man uns mit einem Knüppel und verlange dazu: Jubeln sollt ihr! Jubeln sollt ihr! Und der geschlagene Mensch erhebt sich, kann sich kaum auf den Beinen halten. Geht, marschiert, murmelt vor sich hin: Jubeln sollen wir, jubeln sollen wir. Man muss schon ein kompletter Trottel sein, um das nicht zu hören." Unterschiedliche Versionen einer Tempoangabe am Schluss der Sinfonie nähren eine solche Darstellung: Da nicht eindeutig ist, ob sich die Metronomangabe auf Viertel oder Achtel bezieht, lässt sich der Abschnitt in doppeltem bzw. halbem Tempo spielen. Bei halbem Tempo wird aus dem Triumphmarsch ein stockender Todesmarsch. Beide Versionen sind heute im Konzertleben präsent, auf Youtube findet man eine Aufführung Leonard Bernsteins mit dem New York Philharmonic Orchestra von 1979 mit dem Schluss im schnellen Tempo.[4] Das Gustav Mahler Jugendorchester unter Philippe Jordan in einer Aufführung von 2013 spielt es in der langsamen Variante.[5]
So enthält die Sinfonie, die in einer für den Komponisten persönlich so heiklen Situation entstand, eine politische Botschaft auf zwei Ebenen: Auf einer oberflächlichen Ebene repräsentiert sie eine Verherrlichung des Regimes, untergründig kritisiert sie es durch eine Überzeichnung der Glorifizierung. So entsprach Schostakowitsch den Erwartungen seiner Zeitgenossen und unterlief sie gleichzeitig. Seiner Verantwortung als Künstler wurde er in der Weise gerecht, dass er die Wahrhaftigkeit der Kunst nicht für politische Zwecke verraten wollte. Seine Musik solle nicht lügen.[6]
Mit den Beispielen wurde gezeigt, dass auch Kunst nie nur von ästhetischen Maßstäben

[4] https://youtu.be/jiaiS4nupYc
[5] https://youtu.be/PeJPmIbiqp4
[6] Für diesen Hinweis sei Gregor Nickel gedankt.

geprägt wird, sondern stets mit Fragen der Verantwortung verknüpft ist, sei sie politisch, gesellschaftlich oder rein persönlich. Auch bzw. gerade eine als „rein“ präsentierte Schönheit dient einem Zweck und kann so missbraucht werden. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass auch Mathematik, die primär aus ästhetischer Perspektive und somit als Kunst betrachtet wird, durchaus nicht frei von Verantwortung ist.

Literatur

[Ati] https://www.heidelberg-laureate-forum.org/blog/video/lecture-monday-september-22-sir-michael-atiyah/.

[Dav90] DAVID WELLS: *Are These the Most Beautiful?* The Mathematical Intelligencer, **3**, 1990.

[ELB18] ERNST SEIDL, FRANK LOOSE und EDGAR BIERENDE: *Mathematik mit Modellen*. Museum der Universität Tübingen MUT, 2018.

[Ger05] GERHARD SPLITT: *Richard Strauss? Brief vom 17. Juni 1935 an Stefan Zweig*. Die Musikforschung, **58**(4):406–414, 2005.

[God08] GODFREY HAROLD HARDY: *A Mathematician's Apology*. Cambridge University Press, Canto Edition Auflage, 2008.

[Lev] https://www.aargauerzeitung.ch/kultur/musik/pianist-igor-levit-so-koennen-wir-die-demokratie-einpacken-131404550.

[MZ18] MARTIN AIGNER und GÜNTER M. ZIEGLER: *Das Buch der Beweise*. Springer Spektrum, 5 Auflage, 2018.

[Sol03] SOLOMON WOLKOW (Herausgeber): *Die Memoiren des Dmitri Schostakowitsch*. List, 2003.

[SRBA14] SEMIR ZEKI, JOHN ROMAYA, DIONIGI BENINCASA und MICHAEL ATIYAH: *The experience of mathematical beauty and its neural correlates*. Frontiers in Human Neuroscience, **8**, 2014.

[Sus13] SUSANNE SPIES: *Ästhetische Erfahrung Mathematik – Über das Phänomen schöner Beweise und den Mathematiker als Künstler*, Band 2 der Reihe *Siegener Beiträge zur Geschichte und Philosophie der Mathematik*. Universitätsverlag Siegen, 2013.

[Wey] https://scilogs.spektrum.de/hlf/schnheit-und-wahrheit/.

Homo Empathicus - Warum wir ohne Empathie nicht (über-) leben können

Georg Freitag



Das Lächeln eines fremden Menschen erwärmt unser Gemüt. Der traurige Blick eines anderen lässt uns verzagen. Ein beherztes Lachen steckt an und die Wut der Menge macht uns ärgerlich. Wir sind zutiefst soziale Wesen. Wir fühlen mit Anderen und spiegeln emotional die Eindrücke unserer Umgebung.
Dem *Duden* lässt sich entnehmen, dass Empathie die Bereitschaft und die Fähigkeit ist, sich in die Einstellungen anderer Menschen einzufühlen. Sie stellt eine wesentliche Grundvoraussetzung dar, um das Zusammenleben zwischen Menschen, so wie wir es kennen, überhaupt erst zu ermöglichen. Empathie ist dabei eine höchst flexible Komponente, die sich mit der sozialen Evolution des Menschen immer weiterentwickelt hat und dies auch heute noch tut.

> *Empathie ist etwas, das wir gleichzeitig spüren und mit dem Verstand erfassen können. Es ist eine Quantenerfahrung.* RIFKIN [Rif10] S. 123

Doch woher kommt Empathie? Wo finden sich deren Wurzeln und welche Früchte trägt die Empathie in unserer heutigen Zeit? Im ersten Teil des Artikels wird erläutert, warum der Mensch ohne Empathie nicht leben kann und das seine empathische Fähigkeit dennoch für die kommenden globalen Herausforderungen nicht ausreichend ist. Im zweiten Teil wird der Frage nachgegangen, wie eine Weiterentwicklung der Empathie gestaltet sein kann, um eben diese Hürden zu überwinden.

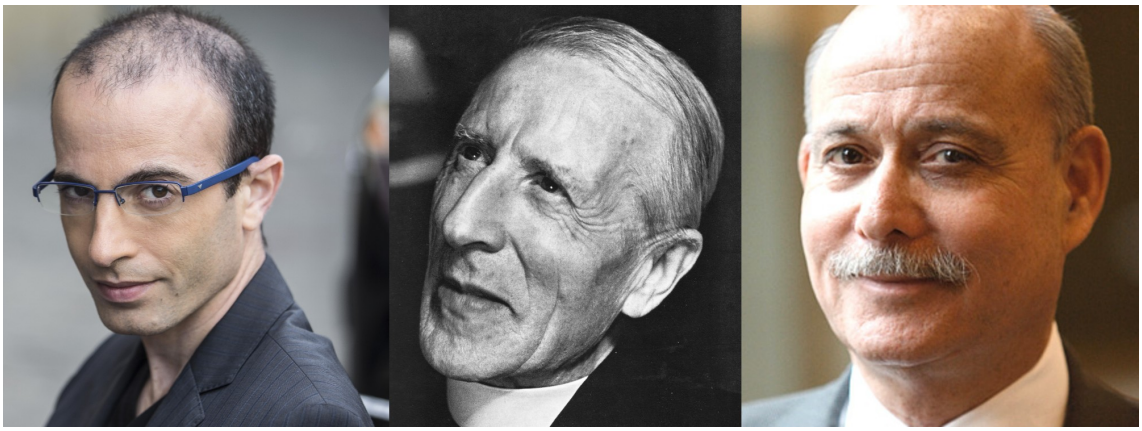


Abbildung 8.1: *v.l.n.r: Yuval Noah Harari, Piere Teilhard de Chardin und Jeremy Rifkin*

Inhaltlich verwebt dieser Beitrag Ideen und Konzepte aus den Büchern *Homo Deus* von Yuval Noah Harari [Har18], *Der Mensch im Kosmos* von Piere Teilhard de Chardin [dC05] sowie *Die empathische Zivilisation* von Jeremy Rifkin [Rif10], die in Bild 8.1 dargestellt sind.

Biologische Wurzeln

Es wäre nicht falsch zu sagen, Empathie ist so alt wie die Menschheit selbst. Richtiger ist aber, Empathie ist wesentlich älter und keine Begabung, die dem Menschen vorbehalten ist. Im Versuch mit Ratten zeigten die Tiere ein Verhalten, das zum Ziel hatte, Schmerz und Leid von Artgenossen fern zu halten [Bar11], selbst dann, wenn sie für das Zufügen von Leid Belohnungen erhielten. Eine mögliche Erklärung könnten die in den neunziger Jahren entdeckten Spiegelneuronen sein. Diese im Gehirn befindlichen Nervenzellen werden aktiviert, unabhängig ob ein Wesen eine Handlung selbst ausführt oder sie bei einem Artgenossen wahrnimmt. Es liegt die Vermutung nahe, dass sich auf diese Weise auch Emotionen nachempfinden lassen und man dadurch in der Lage ist, mit seinem Gegenüber

mitzufühlen. Auf den oben erwähnten Versuch übertragen, konnten dadurch die Tiere die Situation ihrer Artgenossen auf sich beziehen und entsprechend handeln. Ähnliche Verhaltensweise können wir bei uns Menschen beobachten. Auch wir sind in der Lage uns in die Situation unserer Mitmenschen hineinzuversetzen und entsprechend zu agieren.
Der effektive Nutzen eines solchen Systems zeigt sich im Zusammenleben mit anderen. Hierbei werden fortwährend Entscheidungen ausgehandelt und sich auf gemeinsame Ziele verständigt. Das Einfühlen in das Gegenüber vereinfacht diesen Prozess, da Bedürfnisse schneller identifiziert und Verhalten entsprechend interpretiert werden können. Im stetigen Aushandeln entstehen flexible Gruppen, die situationsbedingt und höchst dynamisch, und nicht aus statischer Veranlagung, zusammenarbeiten.

> *Aber hätten die Menschen nicht gelernt, in großer Zahl flexibel zusammenzuarbeiten würden unsere schlauen Hirne und flinken Hände noch immer Feuersteine spalten und nicht Urankerne.* Harari [Har18] S. 183

Das Aufnehmen und das Intensivieren von sozialen Kontakten erfolgt mittels der Kommunikation. Je ausgeprägter die Form der Kommunikation einer Spezies ist, desto stärker ist deren Fähigkeit zur Empathie. Jeremy Rifkin beschreibt diesen Umstand am Beispiel der Entwicklung der menschlichen Kommunikation, die hier verkürzt dargestellt werden soll.

In der Frühzeit lebten unsere Vorfahren in kleinen Gruppen zusammen. Die grundlegende Kommunikation erfolgte durch Berührungen in Form von Zuneigungsbekundungen und Fürsorge. Aufgrund des Aufwandes konnte nur mit wenigen Artgenossen der Kontakt gehalten werden. Mit der Entwicklung der Sprache etablierte sich eine komplexere Form der Kommunikation, mit der in gleicher Zeit mit weit mehr Artgenossen der Austausch sowie die Vermittlung von Gefühlen und grundlegenden Bedürfnissen erreicht werden konnte. Dabei baut Sprache auf dem körperlichen Austausch auf, indem es Gesten und Mimikspiel als eine Vermittlungsebene etabliert (siehe Abbildung 8.2). Dunbar zufolge stellt die Sprache gar ein stimmliches Kraulen dar, dass auf phonetischer Ebene die Körperlichkeit imitiert [Dun98].



Abbildung 8.2: *Wie bereits unsere Vorfahren kommunizieren auch heutige Naturvölker noch vorwiegend verbal, dafür aber höchst parallel zwischen allen Beteiligten.*

Sprache findet im Präsens statt und ist trotz ihrer vielfältigen Möglichkeiten zur Übermittlung von Informationen an einen Sprecher gebunden. Erst die Entwicklung der Schrift machte die Kommunikation zeit- und raumlos und gibt ihr eine dauerhaft Form, die eine exakte Wiedergabe von Informationen ermöglicht. Mit dem Aufkommen der Schrift erhöhte sich um ein Vielfaches die Anzahl der zur Informationsübermittlung verwendeten Wörter. Der Grund dafür ist, dass in der schriftlichen Kommunikation eine weit präzisere Vermittlung eigener

Absichten im Vordergrund stand, als es noch in der rein verbalen Kommunikation der Fall war. Die schriftliche Kommunikation separiert aber auch, da das Lesen und vor allem das Schreiben allein und in Stille geschieht. Rifkin führt einen wesentlichen Entwicklungssprung der menschlichen Kommunikation auf diesen Prozess der Separation zurück, da hier die verstärkte Auseinandersetzung mit den eigenen Gedanken und Gefühlen möglich wurde. Ist der Einzelne erst einmal seiner inneren Welt bewusst, so wächst auch das Verständnis für seine eigenen Bedürfnisse und die ihn umgebende Welt.

> *Erst in der permanenten Interaktion mit anderen werden wir, wer wir sind. In diesem Sinne sind wir eine Verkörperung derjenigen Erfahrungen eines anderen, die wir selbst verinnerlicht haben.* RIFKIN [Rif10] S. 114

Entwicklung der Empathie

Als Folge des gestärkten Bewusstseins für die eigene Bedürfnisse wuchs auch die Fähigkeit sich in die Situation des Gegenübers hinein zu versetzen. Heute ist es für uns selbstverständlich im Umgang mit Mitmenschen deren Rechte und persönlichen Entscheidung zu akzeptieren. Ein Blick zurück zeigt aber, dass Rassentrennungen, feste Rollenbilder und sittliche Vorgaben bis weit ins letzte Jahrhundert etabliert waren und auch noch heute in Teilen der Welt nicht gänzlich verschwunden sind. Aus damaliger Sicht wirkt hingegen das Einräumen des Frauenwahlrechts, die sexuelle Revolution sowie die Wahl des eigenen Geschlechtes oder gar die Enthaltung wie ein Quantensprung, der einen Fortschritt in der Empathieentwicklung zeigt.
Die Empathie des Menschen endet aber nicht bei seinen Nächsten sondern äußert sich inzwischen auch im Schutz von Tieren und der Umwelt. Empathie hat somit eine Form angenommen, die nicht nur der Befriedigung eigener sozialer Bedürfnisse dient sondern dem Erhalt der Lebenswelt in der er sich befindet (siehe Abbildung 8.3). Aufgrund dieser Entwicklung bedarf es einer erweiterten Definition des Begriffes Empathie, wie sie im *Psychologielexion Dorsch* zu finden ist. Hier wird Empathie als Fähigkeit definiert, die Emotionen eines Lebewesens kognitiv zu verstehen und affektiv nachzuempfinden. Empathie ist somit nicht länger auf Mitmenschen begrenzt, sondern kann sich auf alle Formen des Lebens erstrecken.



Abbildung 8.3: *Beispiele einer steigenden Empathie: Freie Wahl der eigenen Sexualität, Anerkennung von Tierrechten und Schutz der Umwelt.*

Die Wandlung der Empathie führte zu einer neuen Verantwortung gegenüber unserer Umwelt. Sie mündete in Formung von Gesetzen und Normen zum Schutz von Mensch, Tier und der

Umwelt selbst. Doch unsere heutige Lebensweise wird diesem Reglementarium kaum noch gerecht. Globale Wirtschaftssysteme führen zu nachhaltigen Veränderungen der gesamten Ökosphäre und somit auch in Regionen, die weder durch bindende Gesetze noch von einem wachsenden Bewusstsein für die Umwelt geschützt sind. Die Folgen unserer Lebensweise, die oftmals erst an entfernten Orten auftreten, bleiben für uns weitestgehend unsichtbar. Um dieser Entwicklung Rechnung zu tragen, bedarf es perspektivisch eines empathischen Verhaltens, dass sich nicht nur auf unsere direkte Umwelt begrenzt, sondern berücksichtigt, dass menschliches Handeln zu Folgen führt, die weltweit und langfristig wirken. Eine solche neue Form der Empathie wird sich am ehesten bei der Jugend finden, denen immer mehr an Spiritualität und Bewusstseinserweiterung gelegen ist, als an materiellen Gütern und religiösen Wertvorstellungen (siehe[Rif10]S. 114).

Empathie-Entropie-Dilemma

Die stetige Entwicklung von Empathie wäre ein Hoffnungsschimmer, den kommenden Herausforderungen mit einer bewussteren Haltung zu begegnen. Empathie entwickelt sich aber nicht von allein weiter. Wie bereits beschrieben, geht mit der Empathieentwicklung eine stärkere Entwicklung der Kommunikation einher. Die Etablierung digitaler Medien in der ganzen Welt haben die Menschheit Teil einer erdumfassenden Erfahrung werden lassen. In Echtzeit können klimatische Veränderungen an den Polen miterlebt und zugleich mit jedem beliebigen Menschen auf der Welt gesprochen werden. Die Übertragung von Bildern und Nachrichten macht unsere Kommunikation multimodal. Doch mit dem technologischen Fortschritt geht auch ein Energieverbrauch einher, der mehr Ressourcen verbraucht, als in gleicher Zeit nachwachsen. Der technologischen Weiterentwicklung und somit auch der heutigen Form der Empathie sind energetische Grenzen gesetzt, wenn wir die kommenden Energie- und Ressourcenprobleme nicht ganzheitlich lösen können.

Doch muss der Ausbau der menschlichen Empathie an Energie- und Technologiefragen gekoppelt sein? Der geschichtliche Rückblick zeigt zwar, dass dies bisher so war und ein Mehr an Empathie nur durch Fortschritte im Bereich der Kommunikation einher ging. Doch bereits heute zeigt sich, dass die Form der Kommunikation, wie wir sie kannten, sich umzukehren droht. Aufgrund der exzessiven Nutzung des Internets und digitaler Kommunikationsformen schrumpft erstmals der Wortschatz der Jugendlichen (vgl. [Rif10] S. 414), der für komplexere Gedankengänge und die Fähigkeit verantwortlich ist, Absichten und Gefühle präzise auszudrücken. Somit steigt langfristig die Gefahr, sich un- oder missverständlich auszudrücken. Eine Gefahr, die auch nachhaltigen Einfluss auf die menschliche Empathie haben könnte. Es liegt der Verdacht nahe, dass nicht allein die technische Entwicklung der Kommunikation, sondern auch die Qualität und Multimodalität der Inhalte bisher ein wesentlicher Faktor für ein Wachstum der menschlichen Empathie waren. Ungeklärt blieb aber bisher, warum der Prozess der Kommunikation wesentlich für das Gelingen von empathischen Verhalten ist. Im folgenden Abschnitt soll erläutert werden, welche Herausforderungen sich Menschen jeden Tag stellen, wenn sie versuchen, selbst einfachste Botschaften an ihr Gegenüber zu übertragen und was dieser Prozess bereits mit Empathie zu tun hat?

Herausforderung Kommunikation

Fühlt man sich mit einem Menschen verbunden, so reichen oftmals Blicke um zu wissen, was der andere fühlt und denkt. Scheitert aber ein Gespräch schon an einfachen Worten,

so ist es mit der Empathie für das Gegenüber nicht weit her (siehe Abbildung 8.4). Dass Botschaften zwischen Menschen nicht ankommen, kann auf einen Mangel in den drei wesentlichen Bestandteilen der Kommunikation zurückzuführen sein: den Sender, den Empfänger und das Medium. Der Sender ist Initiator einer Kommunikationsübertragung. Will er eine Nachricht übermitteln, so muss er sein internes Bild auf den Kommunikationskanal (das Medium) übertragen. Hierfür ist eine Transformation notwendig, die seine innere Repräsentation der zu kommunizierenden Botschaft in ein diskretes, übertragbares Format (z.B. Wörter) wandelt. Die dabei stattfindende Abstraktion führt dabei immer auch zu einem Informationsverlust. Dem Sender stehen dabei unterschiedliche Kommunikationsarten zur Verfügung, die über Vor- und Nachteile verfügen und die der Sender gegeneinander abwägen muss. Verbale Kommunikation bspw. erlaubt die sprachlichen Bestandteile durch Veränderung des Stimmklangs sowie dem Einsatz von Gestik und Mimik zu unterstreichen. Schriftliche Kommunikation hingegen gibt dem Wort mehr Macht, in dem gezielt über die exakte Formulierung und die Struktur der Information nachgedacht werden kann. Zudem erfolgt die Übermittlung der Information in einem geschlossenen Format, was vom Empfänger als Ganzes verarbeitet werden kann. Im Gegensatz dazu erlaubt verbale Kommunikation die Unterbrechung des Senders, woraus ein Rollentausch in Form von Nachfragen und schlussendlich ein Dialog entsteht.

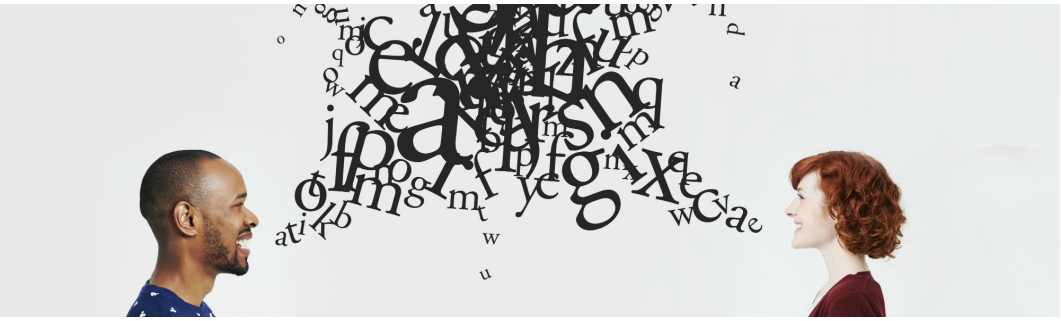


Abbildung 8.4: *Kommunikation kann sowohl ein Lösungsansatz für Missverständnisse als auch deren Ursache sein.*

Hat sich der Sender für eine Kommunikationsart entschieden, so bieten sich unterschiedliche Medien zur Übertragung der Informationen an. Beispielsweise kann eine verbale Kommunikation direkt oder über ein Telefon stattfinden. Der Unterschied liegt im Ausschnitt, den beide Kommunikationspartner vom jeweils anderen wahrnehmen. Dies schließt beim Telefon beispielsweise die Übertragung von Gestik und Mimik aus, ermöglicht aber die Herstellung eines Dialogs über weite Strecken. Ist die Botschaft entsprechend der Kommunikationsart über das Medium übertragen, so wird die übertragene und beim Empfänger ankommende Information dekodiert. Hierbei greift der Empfänger auf seine Erfahrung bezüglich des Senders, des Kontextes der Unterhaltung und weiterer Aspekte zurück. Überflüssige, widersprüchliche und bei der Übertragung verlorene oder verfremdete Informationen können den Vorgang der Übersetzung der Informationen für den Empfänger stark erschweren und zu vollkommen unvorhersehbaren Ergebnissen führen. Auf Sender, Medium und Empfänger hat der Kontext, indem die Kommunikation stattfindet, einen großen Einfluss. Stimmungen, Vorwissen und Störgrößen verändern die De- und die Kodierung und somit die übertragene Information. Ein Sender kann sich daher nie gewiss sein, ob sein beabsichtigtes Bild korrekt übertragen und vom Empfänger verstanden wurde.

Baut die menschliche Empathie auf dem stillschweigenden Verständnis grundlegender Vorstellungen und der Akzeptanz notwendiger Bedürfnisse auf, so bedarf sie zur Weiterentwicklung auch eine erfolgreiche Kommunikation. Hierbei auftretende Irritationen kann die

Empathie nachhaltig beeinflussen. Es ist somit Aufgabe einer verantwortungsvollen Kommunikation sicherzustellen, dass der Empfänger die beabsichtigte Information erhalten hat. Die Kontrolle der Reaktion oder das gezielte Nachfragen ist eine Möglichkeit im Nachgang der Übertragung. Bereits vorher sollte der Sender sicherstellen, dass seine Gedanken klar, die Formulierungen eindeutig, kurz und auf einer verständlichen Sprache aufbauen. Interpretative Verallgemeinerungen, Metaphern oder Fremdwörter können das Verständnis erschweren. Entstehen bei der Kommunikation Widersprüche oder Kommunikationslücken, so versucht der Empfänger diese durch sein eigenes Wissen zu füllen. Die dabei entstehenden Ergebnisse können sich stark von der zu übertragenden Information unterscheiden und zu neuerlichen Widersprüchen führen. Die Folge ist das bereits beschriebene Kommunikationsproblem, das aufwendig zu beheben ist und weitreichende Folgen auch für ein empathisches Verhalten haben kann.

Zwar bietet die Kommunikation ein Potential für die Entwicklung der Empathie, aber ihr sind auch Grenzen gesetzt. So ist die Dekodierung der Information durch den Empfänger immer dann möglich, wenn er dem der Kommunikation zugrunde liegenden Sachverhalt, Gegenstand oder Konzept bereits kennt und es lediglich anzupassen hat. Überträgt der Sender davon abweichend eine Information eines beispielsweise bis dato nicht gekannten Gefühls oder einer revolutionären Idee - so kann der Empfänger diese Information nicht oder nur teilwise rekonstruieren. Die Kommunikation erreicht die Grenze des Möglichen. Nach Deutscher [Deu13] gilt, dass wir nur darüber kommunizieren können, wofür wir Worte haben und das damit Teil unseres Denkmodells ist.
Ein Beispiel hierfür ist das Gefühl Liebe, über das in allen Epochen der Menschheitsgeschichte geschrieben, gesprochen und auf anderen Wegen kommuniziert wurde. Eine Definition von Liebe ist unmöglich, da jeder eine individuelle Vorstellung und Erfahrung davon hat. Will man einem Menschen, der das Gefühl nicht selbst erlebt hat, erklären, was Liebe ist, so wird dies ein unmögliches Unterfangen sein. Uns fehlen die Worte. All unsere Erklärungen werden zu etwas Unvorstellbaren führen - das sich weder fassen noch begreifen lässt.

War es im vorigen Beispiel exemplarisch Liebe, so gibt es viele weitere Dinge, die sich erst als Worte erfolgreich vermitteln lassen, wenn beide Kommunikationspartner sie selbst erfahren haben. Der Zen-Buddhismus, der sich mit der Erkenntnis über das Ich und die Welt befasst, unterstreicht dies und benennt in der Anleitung zur eigenen Erleuchtung "... eine besondere Überlieferung außerhalb der Schriften, unabhängig von Wort und Schriftzeichen und unmittelbar des Menschen Herz zeigend"(siehe [Dum] S. 83). Die Loslösung von Wort und Schriftzeichen ist demnach eine Bedingung, um zu neuen Denkmustern und somit zu neuen Vorstellungen zu gelangen. Sind diese verinnerlicht, so kann man ihnen Namen geben, sie kultivieren und darüber kommunizieren. Frei nach de Saint-Exupéry [dSE91] bleibt das Wesentliche für die Augen und die Ohren verborgen bevor man es nicht mit dem Herzen (Inneren) erfahren und begriffen hat (siehe Abbildung 8.5). Doch was ist für die weitere Entwicklung der Empathie eigentlich so wichtig, dass wir es selbst erst erfahren müssen, um den künftigen Herausforderungen zu begegnen?

Wege zur neuen Empathie

Nach Rifkin wird die wachsende menschliche Empathie zum Allheilsbringer, der die begrenzten, egoistischen Sichtweisen in ein globales, die weltumspannendes Gefühl überführt - eine für ihn spürbare Quantenerfahrung. Doch bei genauerer Betrachtung ist seine beschriebe



Abbildung 8.5: *Das Verhalten des kleinen Prinzen entspricht dem Erwartungsbild einer hohen Empathie gegenüber Mitmenschen, Tieren und der Umwelt selbst.*

Hoffnung eine alte Idee im neuem Gewand. Im Werk von Teilhard ([dC05] S. 267ff.) wird der Allheilsbringer als eine Kraft beschrieben, die uns zum Punkt Omega führt - der Vereinigung aller denkenden Wesen, den die Menschheit seit Anfang ihrer Evolution unaufhaltsam entgegen strebt. Robert Pirsig beschreibt ihn als Qualität, die allen Objekten und Subjekten übergeordnet ist und die als Ursache allen Dingen innewohnt [Pir78]. Im Chinesischen ist es Dao und im Indischen das Dharma. Die Antike bezeichnet es als die Tugend in Form einer Vortrefflichkeit (vgl. [Pir78] S. 400) und das Christentum als Liebe.

> *Gott ist Liebe, und wer in der Liebe bleibt, bleibt in Gott und Gott bleibt in ihm.* (1. JOHANNES 4,16B)

Es ist, wie der Forscher Hans-Peter Dürr spricht: "Es gibt gar kein Unabhängiges, das miteinander spielt. Sondern alles ist von Anfang an miteinander verknüpft" [Dür].
Das von ihm angesprochene Netzwerkdenken, dass alle Dinge miteinander in Abhängigkeit stehen, mag als universelle Verbundenheit verstanden werden. Als die von Rifkin erhoffte Empathie, die über die Grenzen der eigenen Persönlichkeit hinausgeht und die eine Antwort auf die kommenden Herausforderungen darstellt.

Schlusswort

Die grundlegende Empathie mag eine essentielle Kraft der Menschheit sein, die uns vor den hässlichen Seiten unseres selbst bewahrt. Sie mag eine Antwort auf die kommenden Herausforderungen sein, wenn sie sich weiter entwickeln kann. Über die Abhängigkeit der Kommunikation hinaus, in eine Form, die die Schranken unserer bisherigen Vorstellungen überwindet.

Dabei ist die Idee der ersehnten Empathie weder neu noch revolutionär. Sie ist aus den Tagen, als Menschen sich die Zeit nahmen mit ihrer Umwelt in einer Weise in Interaktion zu stehen, wie wir es heute in hektischer Betriebsamkeit nur erahnen können. Das Innehalten und das Nachfühlen, dass Zuhören und wertfreie Wahrnehmen mit allen Sinnen mag ein einfaches Credo sein. Wie viel schwieriger es zu meistern und zu kultivieren ist, werden die kommenden Dekaden zeigen.

Der Mensch sieht sich stets als Mittelpunkt, als Wirkungskraft - als Zentrum und Spitze der Evolution. Doch was wir wahrzunehmen fähig sind, ist immer nur ein Ausschnitt,

eine Perspektive. Vieles bleibt bis in die Unendlichkeit vor uns verborgen. Doch in unserem Inneren ahnen wir, dass wir Teil von etwas Größerem sind.

So wie wir unser Verständnis vom Hier und Jetzt in die Vergangenheit weiten, um zu lernen und in die Zukunft sehen, um zu planen, so müssen wir uns von der Präsenz unseres Körpers als einzige Form des Daseins lösen. All unsere Handlungen wirken weiter, an Orten, an denen wir schon nicht mehr sind oder nie waren. Dafür Verständnis und Verantwortung zu übernehmen, bedeutet sich auf den Weg zu machen, in eine neue Zeit der Empathie.

> Der Mensch . . . *hatte ein riesiges Reich wissenschaftlicher Befähigungen errichtet, um die Naturerscheinungen zu imposanten Manifestationen seiner eigenen Träume, seiner Macht und seines Reichtums umzuformen - aber dafür hatte er ein genauso großes Reich des Wissens hingegeben: das Wissen darum, was es heißt, ein Teil der Welt zu sein und nicht ihr Feind.* Pirsig [Pir78] S. 401

Literatur

[Bar11] Bartal, Inbal Ben; Decety, Jean; Mason, Peggy: *Empathy and Pro-Social Behavior in Rats*. Science, **334**(6061):1427–1430, 2011.

[dC05] Chardin, Piere Teilhard de: *Der Mensch im Kosmos*. C. H. Beck Verlag, München, 4. Auflage, 2005.

[Deu13] Deutscher, Guy: *Im Spiegel der Sprace*. C. H. Beck, München, 5. Auflage, 2013.

[dSE91] Saint-Exupéry, Antoine de: *The little Prince*. Mammoth, 1991.

[Dum] Dumoulin, Heinrich: *Geschichte des Zen-Buddhismus. Band I: Indien und China.*

[Dun98] Dunbar, Robin: *Wie der Mensch zur Sprache fand*. Bertelsmann, München, 1998.

[Dür] Dürr, Hans-Peter: *Das Geistige ist die treibende Kraft*.

[Har18] Harari, Yuval Noah: *Homo Deus*. C.H. Beck Verlag, München, 13. Auflage, 2018.

[Pir78] Pirsig, Robert: *Zen und die Kunst ein Motorrad zu warten*. Fischer, 35 Auflage, 1978.

[Rif10] Rifkin, Jeremy: *Die empathische Zivilisation*. Campus Verlag, Frankfurt am Main, 1. Auflage, 2010.

Abschlussbetrachtung

Markus Wacker

Romseminar 2019 – 30 auf einen Streich

Das Thema des Romseminars hatte wieder den **Nagel** auf den Kopf getroffen. Unter dem Motto: Jenseits von Gut und Böse, Mathematik und Informatik und die Frage an der Verantwortung machten sich **schier** 25 Studierende aus vier Städten auf in die schöne Stadt am Tiber für eine weitere Ausgabe des Romseminars. Am Sonntag kamen die meisten Teilnehmern an und machten sich mit Ihrer Zimmerfrau bzw. **Zimmermann** bekannt. Die Vorträge wurden von Montag bis **Freitag** gehalten und deckten verschiedene Themengebiete ab. Und immer die bange Frage vor den Vorträgen: **Haase** auch an alles gedacht? **Witte** noch was ergänzen? Die Sorgen waren aber unbegründet, das Programm **schnurr**te nur so ab und wir erlebten eine tolle Woche – kein einziger ver**görke**ter Vortrag. Da werden alle Teilnehmer sicher zustimmend **nickel**n. Accademia dei Lincei, Villa Sciarra und Villa Massimo waren ganz beson**dere** Vortragsorte, auch wenn an der einen oder anderen Stelle der **Lehm an** der Wand schon bröckelte. Ein Highlight war der Besuch beim Maltheser**kor. Ey** – das war ein Erlebnis. Ein **wacker**er Verein mit spannender Geschichte und großen Aufgaben. **Borgemeister**qualitäten w**ahrens**, die am Donnerstagabend bei den Nonnen gefragt waren, um das Abendessen im salotto zu organisieren. Neben Wurstplatten gab es auch Artischocken und **Käs – Leer** gingen also auch die Vegetarier nicht aus. Ein richtiges **Flerlage**. Beim Literaturabend wurde unter anderem auch **Musil ak**klamiert. Dazu gab es **Wein. Berg**en musste die leeren Flaschen dann der Putzdienst am Morgen. Lang wurde diskutiert und so hörte man bis früh in den Morgen den Appell: **Mon – Sch – euer** Reden ist zu laut. **Per domos** romane werden wir am Samstag noch in den Untergrund von Rom abtauchen. Zu empfehlen ist für Sonntag auch Ostias **Küste. R**eizend soll es dort auch sein. Oder ihr könnt Euch auch eine der vielen T**hermle**n anschauen. Be**reuter**n werdet ihr es nicht. Einige liefen sich in Rom ganz schön einen **Wolff** und müssen wohl jetzt zum **Schumacher**. Am Ende lässt sich wohl feststellen, wenn es wieder **krüt gen** Heimat geht, dass eine Woche Rom viel zu **kunz** war, keiner wird mehr eine **Wagner** Pizza essen wollen und viele werden wohl wiederkommen. P.S. Nur **Reißfelder** habe ich einfach nicht unterbringen können.