Fächerverbindende Lerngelegenheiten für den Mathematik- und Physikunterricht.

Eine theoretisch fundierte Entwicklungsstudie.

Schriftliche Hausarbeit

Im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an

Gymnasien und Gesamtschulen

Dem Landesprüfungsamt für Lehrämter an Schulen – Außenstelle Siegen-

vorgelegt von:

Anna-Karina Euteneuer

Herdorf, 10. Juni 2015

Gutachter: Prof. Dr. Ingo Witzke

Universität Siegen

Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

Didaktik der Mathematik

Inhaltsverzeichnis

4 Lerngelegenheiten

Im Folgenden werden zwei Lerngelegenheiten für einen fächerverbindenden Unterricht von Mathematik und Physik dargestellt. Zunächst wird der grobe Verlauf der Lerngelegenheit vorgestellt und anschließend werden einzelnen Komponenten der Lerngelegenheit näher beschrieben. Mit Hilfe der erstellten Checkliste wird die Lerngelegenheit dahingehend analysiert, ob sie für eine sinnvolle Fächerverbindung von Mathematik und Physik geeignet ist. Hier ist zu beachten, dass die Lerngelegenheiten nicht durchgeführt wurden und somit können nur die Komponenten und deren Potential thematisiert werden, nicht aber deren Wirkung. Mit Bezug auf die Kapitel 2 und 3 sei noch einmal darauf hingewiesen, dass ein sinnvoller fächerverbindender Unterricht stark mit den beteiligten Lehrern verknüpft ist. Das bedeutet, dass ein geeignetes Material alleine noch keinen gelungenen fächerverbindenden Unterricht ausmacht, sondern das Engagement der Lehrer hier von ausschlaggebender Bedeutung ist. Für die Umsetzung der Lerngelegenheiten wird eine Kooperation der beteiligten Lehrer in Vorbereitung, Durchführung und Reflexion vorausgesetzt. Ob das Potential der Lerngelegenheit ausgeschöpft wird hängt stark von den Lehrern ab. Das Verknüpfen der einzelnen Komponenten ist ebenfalls eine wichtige Aufgabe der beteiligten Lehrer. Für die erstellten Lerngelegenheiten gelten selbstverständlich die Kriterien für guten Unterricht. Auf diese wird hier je doch nicht näher eingegangen. Im Folgenden bezieht sich diese Arbeit auf die Kernlehrpläne[8] der Fächer Mathematik und Physik, es wird im einzeln nicht darauf verwiesen.

4.1 Lerngelegenheit 1: Lochkamera und Strahlensätze

Die erste Lerngelegenheit beschäftigt sich mit den Strahlensätzen und der Lochkamera. Zum Einstieg kann beispielsweise die Sendung mit der Maus zum Thema Lochkamera[9] gezeigt werden. Ein Informationstext zur Lochkamera soll den Schülern anschließend nähere Informationen geben. Der Lehrer entwickelt dann gemeinsam mit den Schülern die Entstehung eines Bildes in der Lochkamera. In der entwickelten Skizze tritt der zweite Strahlensatz auf. Mit Hilfe von ähnlichen Dreiecken und Winkelpaaren wird der zweite Strahlensatz bewiesen. Anschließend gibt es eine Sicherung und Vertiefung zur Lochkamera, in Form von Arbeitsblättern und vertiefenden Aufgaben. Danach werden die Strahlensätze im Allgemeinen noch einmal behandelt und anschlie-

[8] Mit Kernlehrplan ist im Folgenden immer der Kernlehrplan für die Sekundarstufe I des Gymnasiums in Nordrhein Westfalen gemeint.
[9] Zu finden ist das Video beispielsweise auf YouTube: https://www.youtube.com/watch?v=GJ2v_7FroF4 (Stand: 12.05.2015)

ßend mit Hilfe von Aufgaben gefestigt. Am Ende der Lerngelegenheit bauen die Schüler anhand einer Bauanleitung eine eigene Lochkamera.
Diese Lerngelegenheit ist für den Einsatz in der 8.Klasse angedacht.
Je nach Lerngruppe und Vorwissen muss die Lerngelegenheit bezüglich Inhalt und Umfang angepasst werden. Des Weiteren können einzelne Komponenten der Lerngelegenheit je nach zur Verfügung stehender Zeit in den Fachunterricht Mathematik oder Physik verlagert werden.
Unterschiedliche Sozialformen können nur in Form von Vorschlägen berücksichtigt werden, denn dies sollte von den durchführenden Lehrern je nach Lerngruppe individuell entschieden werden.

4.1.1 Nötiges Vorwissen der Schüler

Die Lerngelegenheit ist so aufgebaut, dass ein bestimmtes Wissen bei den Schülern erwartet wird. Von Seiten der Mathematik wird vorausgesetzt, dass den Schülern ähnliche Figuren und im Besonderen ähnliche Dreiecke bekannt sind. Das Strecken von Figuren muss nicht zwingend bekannt sein, kann aber von Nutzen sein. Die Winkelpaare (Neben-, Scheitel-, Stufen- und Wechselwinkel) sollten ebenfalls geläufig sein.
Von Seiten der Physik sollten den Schülern die Eigenschaften von Licht vertraut sein. Dazu gehören die Ausbreitung von Licht, Lichtbündel und der Lichtstrahl als idealisiertes Modell. Der Begriff des Bildes sollte den Schülern ebenfalls vertraut sein. Von Vorteil, aber nicht zwingend notwendig, ist es, wenn den Schülern das Entstehen von Schattenbildern bereits bekannt ist.

4.1.2 Beschreibung der Komponenten

Am Ende der Lerngelegenheit sollen die Schüler die Funktionsweise der Lochkamera verstanden haben, das Abbildungsgesetz anwenden, sowie die Strahlensätze kennen und mit Hilfe dieser Aufgaben lösen können.
Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten (a – k) der Lerngelegenheit zu Lochkamera und Strahlensätzen beschrieben. Die entsprechenden Materialien (Tafelbilder, Arbeitsblätter und Lösungsblätter) sind in Anhang B zu finden. Hier ist noch einmal zu erwähnen, dass die Komponenten und deren Materialien je nach Lerngruppe und zur Verfügung stehender Zeit individuell angepasst werden sollten. Die vorgeschlagenen Medien und Sozialformen sollten ebenfalls an die Lerngruppe angepasst werden.

a) Interesse wecken

Zum Einstieg soll den Schülern ein Ausschnitt aus der Sendung mit der Maus zum Thema Lochkamera (bis 2,14 min.)[10] gezeigt werden. Hier wird aus

---

[10] Zu finden ist das Video beispielsweise auf YouTube:

einem verdunkelten Raum mit einer Glastür eine begehbare Lochkamera gebaut. Das Phänomen der Bildentstehung ist in diesem Filmausschnitt zu sehen. Durch ein kleines Loch in der ebenfalls abgedunkelten Tür können Personen, die vor der Tür stehen innerhalb des dunklen Raumes auf dem Kopf abgebildet werden. Durch das Video soll das Interesse der Schüler geweckt werden, denn in dem gezeigten Ausschnitt wird das Entstehen des Bildes noch nicht erläutert. Wenn sich die Möglichkeit bietet für den Unterricht eine eigene begehbare Lochkamera zu bauen, kann dies anstelle des Videos zum Einstieg dienen.
Durch den Einsatz des Videos oder einer praktischen Erfahrung wird den Schülern ein auditiver bzw. haptischer Zugang zur Lerngelegenheit ermöglicht.

b) Informationen zur Lochkamera

Als zweite Komponente wird den Schülern ein Informationstext zur Lochkamera gegeben, der erste Fragen bezüglich der Bildentstehung klärt, er ist in Anhang B1 zu finden. In dem Text wird beschrieben, wie mit Hilfe einer Lochblende das Bild eines Gegenstandes auf einem Schirm erzeugt wird. Die Auswirkungen des Lochdurchmessers auf das Bild werden ebenfalls thematisiert. Der idealisierte Lichtstrahl zur Bildentstehung wird in diesem Zusammenhang eingeführt. Die Schüler sollen den Text zunächst für sich lesen und haben anschließend die Möglichkeit Fragen bezüglich des Textes zu stellen. Hier sollte darauf geachtet werden, dass die Schüler die verwendeten Begriffe verstehen und ihnen die Bedeutung der Begriffe klar ist. Zu diesen Begriffen zählen das Lichtbündel und der Lichtstrahl. Hier bietet es sich an, diese Begriffe noch einmal durch Schüler oder durch die Lehrkraft zu erklären.
Sowohl in Mathematik, als auch in Physik ist Lesekompetenz wichtig und kann durch den Einsatz von Informationstexten gefördert und gefordert werden.
Mit Hilfe des Informationstextes soll zur nächsten Komponente übergegangen werden, die Entwicklung der Skizze zur Bildentstehung.

c) Entwickeln der Skizze zur Bildentstehung

In dieser Komponente wird die Skizze zur Bildentstehung entwickelt, sowie die Begriffe Gegenstandsgröße (G), Bildgröße (B), Gegenstandsweite (g) und Bildweite (b)eingeführt. Es ist von Vorteil, wenn der Lehrer sich zuvor überlegt welche Maße er für G, B, g und b an der Tafel zeichnet (siehe Komponente (e): Wiederholung zu ähnlichen Dreiecken und Winkelpaaren). Die Skizze zur Bildentstehung sollte gemeinsam mit den Schülern an der Tafel entwickelt wer-

---

https://www.youtube.com/watch?v=GJ2v_7FroF4 (Stand: 12.05.2015) den, dabei können sie ihr bereits erworbenes Wissen (z.B. geradlinige Ausbreitung von Licht) und die Informationen aus dem Text (Komponente b) einbringen. Die einzelnen Schritte der Herleitung mit Bemerkungen sind im Anhang B2 zu finden. Hier sollten die Schüler darauf hingewiesen werden, dass der Gegenstand in der Skizze auf einen Strich reduziert wird. Das Reduzieren auf das Wesentliche (Abstrahieren) ist ein typisches Vorgehen für Physik und Mathematik. Das Entwickeln der Skizze zur Bildentstehung geht bis inklusive Schritt sechs in Anhang B2.

Wie intensiv die Einbeziehung der Schüler in das Entwickeln der Skizze zur Bildentstehung ist, sollte vom Lehrer individuell entschieden werden. Im Folgenden werden die einzelnen Schritte näher erläutert, es wird jedoch nicht näher auf die Intensität der Beteiligung der Schüler eingegangen.

Schritt eins kann vom Lehrer bereits an der Tafel vorbereitet sein, wenn es die Möglichkeit gibt diese abzudecken. Hier sind zunächst nur der Gegenstand als Strich und die Wand bzw. der Schirm (Rechteck), auf dem das Bild abgebildet wird, einzuzeichnen In Schritt eins wird die Gegenstandsgröße G eingeführt und auf dem Tafelbild beschriftet.

In Schritt zwei wird die Lochblende zwischen Gegenstand und Schirm eingezeichnet. Es ist darauf zu achten, dass das Loch auf Höhe der Gegenstandsmitte ist und sehr klein eingezeichnet wird.

In Schritt drei wird der erste Lichtstrahl eingetragen. Hier wird zunächst der Lichtstrahl ausgehend von der „Spitze" des Gegenstandes gezeichnet. Der Strahl verläuft geradlinig durch das Loch der Blende, bis er auf den Schirm trifft. Es sollte noch einmal darauf eingegangen werden, dass Licht sich geradlinig ausbreitet und man von einem idealisierten Lichtstrahl[11] ausgeht.

In Schritt vier wird der zweite Lichtstrahl ausgehend vom „Boden" des Gegenstandes eingezeichnet. Im Loch entsteht ein Schnittpunkt der beiden Lichtstrahlen. Auf den Schnittpunkt sollte eingegangen werden, da damit das auf dem Kopf stehende Bild zu erklären ist. Zu Schritt drei und vier ist noch zu sagen, dass die Reihenfolge der Lichtstrahlen frei gewählt werden kann. Schritt drei und vier bieten eine gute Möglichkeit zum Einbeziehen der Schüler. Durch den Informationstext aus Komponente (a) (Interesse wecken) ist den Schülern bekannt, dass das Bild dadurch entsteht, das von jedem Punkt des Gegenstandes ein Lichtstrahl auf den Schirm trifft. Man könnte die Schüler einbeziehen, indem man fragt welche Strahlen eingezeichnet werden müssen, um das Bild auf dem Schirm einzeichnen zu können. Die Bedeutung des Schnittpunktes der beiden Lichtstrahlen kann ebenfalls durch einen Schüler erklärt werden.

[11] Unter einem idealisierten Lichtstrahl versteht man ein sehr schmales Lichtbündel. Ein Lichtstrahl wird als Gerade gezeichnet.

Im nächsten Schritt (5) wird das so entstandene Bild eingezeichnet. Dabei sollte darauf eingegangen werden, dass das Bild im Verhältnis zum Gegenstand auf dem Kopf steht und seitenverkehrt ist. Dies ist bei einem Strich als Gegenstand und entsprechendem Bild so nicht zu erkennen. In Schritt fünf bietet es sich ebenfalls an die Schüler einzubeziehen. Das Bild kann beispielsweise durch einen Schüler eingezeichnet werden. Die Eigenschaften des Bildes (seitenverkehrt, auf dem Kopf stehend) können ebenfalls durch einen Schüler erläutert werden. In diesem Schritt wird die Bildgröße B eingeführt und in der Skizze eingezeichnet.
In Schritt sechs werden die Gegenstandsweite g und die Bildweite b in die Skizze eingezeichnet und deren Bedeutung erarbeitet.
An dieser Komponente sind Mathematik und Physik beteiligt und nicht eindeutig voneinander zu trennen. Bei der Entwicklung könnten Missverständnisse bezüglich der verwendeten Variablen (G, B) auftreten, da in der Mathematik Punkte mit großen Buchstaben und Strecken mit kleinen Buchstaben bezeichnet werden.

d) Herleitung des Abbildungsgesetzes und des zweiten Strahlensatzes Teil 1

In dieser Komponente soll der Zusammenhang der Größen G, B, g und b hergestellt werden. Dies führt aus Sicht der Physik zum Abbildungsgesetz und aus Sicht der Mathematik zum zweiten Strahlensatz. Für diese Komponente sind die Schritte sieben bis zehn des Anhangs B2 relevant.
Durch einen Zusammenhang der Größen G, B, g und b kann man beispielsweise bestimmen wie groß das Bild eines Gegenstandes wird bei bestimmter Gegenstands- und Bildweite. Unter Einbeziehung der Schüler kann man gemeinsam erarbeiten, warum ein solcher Zusammenhang sinnvoll ist. Dies kann zur Motivation des weiteren Vorgehens beitragen.
Zur Herleitung des Zusammenhanges wird die Skizze erneut reduziert und enthält so nur noch die, für die Herleitung notwendigen Aspekte. An der Tafel müssen der Schirm und die Lochblende, sowie Gegenstandsweite g und Bildweite b entfernt werden, sodass die Skizze nur noch aus Gegenstand G, Bild B und den beiden Lichtstrahlen besteht. Dies ist in Schritt sieben dargestellt.
In Schritt acht wird der Lichtstrahl, der vom Gegenstandsmittelpunkt ausgeht eingezeichnet. Die entsprechenden Abschnitte werden mit Gegenstandsweite g und Bildweite b bezeichnet. Den Schülern sollte bewusst gemacht werden, dass der eingezeichnete Strahl von der Gegenstandsmitte zur Bildmitte verläuft.

Im nächsten Schritt werden die entstandenen Schnittpunkte beschriftet, um das Vorgehen nachvollziehbarer zu gestalten. Siehe dazu Schritt neun in Anhang B2.
In Schritt zehn werden jetzt die Dreiecke ZLX und Z'LX' betrachtet, alternativ können auch die Dreiecke LZY und LZ'Y' betrachtet werden.
Hier können sich die Schüler zu Auffälligkeiten der Dreiecke äußern. Mögliche Vermutungen der Schüler könnten sein:

- Dreiecke ZLX und Z'LX' sind ähnliche Dreiecke
- Dreieck LYX ist gleichschenklig
- Dreieck LY'X' ist gleichschenklig

Weitere mögliche Vermutungen der Schüler sind bei Schritt zehn in Anhang B2 vermerkt. Am Ende dieses Schrittes sollte die Hypothese aufgestellt werden, dass die Dreiecke ZLX und Z'LX' ähnliche Dreiecke sind. Alternativ könnten die Schüler die Vermutung äußern, dass die Dreiecke ZLX und Z'LX' durch eine negative Streckung zusammenhängen. Die weitere Herleitung müsste dann dieser Hypothese angepasst werden.
Die Herleitung des Abbildungsgesetzes und des zweiten Strahlensatzes wird durch eine Wiederholung zu ähnlichen Dreiecken und Winkelpaaren unterbrochen, da dieses Wissen für das weitere Vorgehen notwendig ist.

e) Wiederholung zu ähnlichen Dreiecken und Winkelpaaren

Die Vermutung, dass die Dreiecke ZLX und Z'LX' ähnliche Dreiecke sind, soll in dieser Komponente eine erste Bestätigung erhalten. Dazu sollten zunächst die Ähnlichkeitssätze für Dreiecke wiederholt werden. Diese sind für die Schüler auf einem Informationsblatt zu finden (siehe Anhang B3). Hier könnten alternativ Schüler als Experten eingesetzt werden. Zwei ähnliche Dreiecke stimmen in den entsprechenden Winkeln überein. Damit ergibt sich, dass überprüft werden muss, ob die Dreiecke ZLX und Z'LX' in den entsprechenden Winkeln übereinstimmen. Ein erstes Überprüfen der Vermutung, dass die entsprechenden Winkel der zwei Dreiecke übereinstimmen, kann mit Hilfe von zwei Pappdreiecken veranschaulicht werden. Das Vorgehen mit Hilfe der Pappdreiecke ist in Anhang B4 erklärt. Wählt der Lehrer im Vorfeld bewusst die Maße für G, B, g und b, so sind die Dreiecke ZLX und Z'LX' an der Tafel kongruent zu den vorbereiteten Pappdreiecken. Zuerst wird das Pappdreieck Z'LX' über zwei Schritte in das Pappdreieck ZLX „geklappt". Durch das Ineinanderschieben der entsprechenden Ecken kann die Vermutung der übereinstimmenden Winkel eine erste Bestätigung finden. Das Vorgehen ist in Anhang B4 näher erläutert.

Auf dem Informationsblatt sind ebenfalls die Winkelpaare zur Wiederholung aufgeführt. Die Winkelpaare werden für die weitere Herleitung benötigt.
In dieser Komponente wird bekanntes Wissen (Ähnlichkeitssätze für Dreiecke und Winkelpaare) der Schüler aufgegriffen und durch die ikonische und symbolische Abbildung noch einmal wiederholt. Diese Inhalte sind im Kernlehrplan Mathematik der inhaltsbezogenen Kompetenz Geometrie zuzuordnen.

f) Herleitung des Abbildungsgesetzes und des zweiten Strahlensatzes Teil 2

Die Herleitung aus Komponente (d) wird in Schritt 11, Anhang B2, fortgesetzt. Mit Hilfe der Winkelpaare wird gezeigt, dass die entsprechenden Winkel der Dreiecke ZLX und Z'LX' übereinstimmen. Es sind mehrere Vorgehensweisen möglich. Eine Möglichkeit wird hier exemplarisch dargestellt.
Die Winkel α und α' stimmen überein, da sie Scheitelwinkel sind. Die Winkel β und β' sind gleichgroß, da sie Wechselwinkel sind. Aufgrund der Winkelsumme im Dreieck muss der dritte Winkel bei zwei übereinstimmenden Winkeln ebenfalls übereinstimmen. Daher sind auch die Winkel γ und γ' gleich groß. Da die Dreiecke in allen drei Winkeln übereinstimmen ist die Vermutung, dass die Dreiecke ZLX und Z'LX' ähnliche Dreiecke sind bestätig, aufgrund des ersten Ähnlichkeitssatzes für Dreiecke. In diesem Teil der Komponente sollten die Schüler aktiv in die Herleitung einbezogen werden. Das in Anhang B3 wiederholte Wissen kann hier vielfältig angewendet werden, da mehrere Lösungswege möglich sind.
Jetzt findet der zweite Ähnlichkeitssatz für Dreiecke Anwendung, da er aussagt, dass bei zwei ähnlichen Dreiecken die entsprechenden Seitenverhältnisse übereinstimmen. Damit ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{\frac{G}{2}}{g} = \frac{\frac{B}{2}}{b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{G}{g} = \frac{B}{b}$$

Für das Aufstellen der Gleichung muss den Schülern bewusst sein, dass der Punkt Z die Strecke $\overline{YX}$ in der Mitte teilt, sowie dass der Punkt Z' die Strecke $\overline{Y'X'}$ halbiert. Hier ist es notwendig darauf hinzuweisen, dass der entwickelte Zusammenhang der Figur an der Tafel dem zweiten Strahlensatz entspricht. Auch in diesem Teil sollten die Schüler aktiv einbezogen werden, da durch die geltenden Ähnlichkeitssätze für Dreiecke auf die geltenden Seitenverhältnisse der Figur geschlossen werden kann. Das gesamte Vorgehen der Herleitung bildet eine schlüssige Argumentationskette, veranschaulicht typisch mathematisches sowie physikalisches Vorgehen und fördert die prozessbezogene Kompetenz des Argumentierens/Kommunizierens. Hier wird das Vorwissen

(Ähnlichkeitssätze für Dreiecke und Winkelpaare) mit dem neuen Wissen (Strahlensätze) verknüpft. Durch das Aufstellen der Seitenverhältnisse wird Basiswissen in Bezug auf die Bruchrechnung aufgegriffen und durch Doppelbrüche erneut thematisiert.

g) Sicherung und Vertiefung der Lochkamera und des Abbildungsgesetzes

Für diese Komponente wird ein Arbeitsblatt zur Sicherung und Vertiefung der physikalischen Erkenntnisse genutzt. Das Arbeitsblatt ist in Anhang B5 zu finden und die Lösungen zu dem Arbeitsblatt sind in Anhang B6. Hierzu muss die Skizze an der Tafel noch einmal verändert werden. Zur Sicherung sollte die Skizze ohne eingezeichnete Winkel an der Tafel sein. Diese wird in den schwarzen Kasten auf dem Arbeitsblatt übertragen. Als zweites soll das Abbildungsgesetz aufgestellt werden. Dazu muss den Schülern erklärt werden, dass das Abbildungsgesetz zum einen den Zusammenhang zwischen G, B, g und b beschreibt und zum anderen den Abbildungsmaßstab A, d.h. das Verhältnis von Bildgröße zu Gegenstandsgröße, bestimmt. Hierzu muss die an der Tafel stehende Gleichung, $\frac{G}{g} = \frac{B}{b}$, umgestellt werden. Die Gleichung kann in Einzelarbeit, Gruppenarbeit oder mittels Unterrichtsgespräch umgestellt werden. Das Abbildungsgesetz ist in Anhang B6 auf dem Lösungsblatt zu sehen. In Aufgabe 1 sollen die Schüler das Entstehen des Bildes erklären. Als zweite Aufgabe sollen die Schüler das Abbildungsgesetz in eigenen Worten formulieren. Diese Aufgaben sollten in Einzelarbeit bearbeitet werden. In Aufgabe 1 kann der Lehrer feststellen, ob die Schüler die Bildentstehung bei der Lochkamera verstanden haben. Auf das richtige Verwenden von Fachsprache und Begriffen ist dabei zu achten. Um das Abbildungsgesetz in eigenen Worten zu formulieren muss die Gleichung verstanden sein. Dies soll dem sturen Anwenden von Formeln ohne Verständnis entgegen wirken. Nach diesen Aufgaben bietet sich eine Partnerarbeitsphase an, in der die Schüler ihrem jeweiligen Partner ihre Formulierungen vorstellen. Besonders durch den Austausch der Schüler untereinander sowie das Erklären und Vertreten der eigenen Formulierung wird die prozessbezogene Kompetenz Argumentieren/Kommunizieren gefördert.
Aufgabe 3 und Aufgabe 4 dienen als Anwendungsaufgaben für das Abbildungsgesetz. Dies sind gleichzeitig Anwendungsaufgaben für den zweiten Strahlensatz. In Aufgabe 5 sollen die Schüler Informationen des Textes zur Lochkamera (siehe B1) nutzen. Diese Aufgabe dient zum näheren physikalischen Verständnis. Zur Beantwortung von Aufgabe 6 sind die Informationen von Aufgabe 5 nützlich.

Mit dieser Komponente werden die physikalischen Inhalte gesichert und vertieft.

h) Strahlensätze

In dieser Komponente geht es aus Sicht der Mathematik allgemein um den ersten und zweiten Strahlensatz. In Komponente (f) wurde der zweite Strahlensatz bereits in der Figur an der Tafel erkannt. Am Anfang dieser Komponente ist darauf hinzuweisen, dass der eben erkannte zweite Strahlensatz viele Anwendungsmöglichkeiten hat und nicht ausschließlich an diesen Kontext (Lochkamera und Abbildungsgesetz) gebunden ist. In Anhang B7 ist ein Arbeitsblatt zu den Strahlensätzen zu finden. Dort sind die allgemeinen Strahlensatzfiguren, sowie die Formulierungen des ersten und zweiten Strahlensatzes abgedruckt. Die Schüler sollen anhand von Skizzen und Formulierungen die geltenden Verhältnisse aufstellen (Lösungen zu dem Arbeitsblatt siehe B8). Der Strahlensatz an der Tafel in Komponente (f) ist ein Spezialfall, bei dem ein Strahl senkrecht auf den Parallelen steht. Hier könnte eine Vertiefung dahingehend eingebaut werden, dass die allgemeinen Strahlensätze, analog zu dem Spezialfall in Komponente (f), mit Hilfe der Winkelpaare und den Ähnlichkeitssätzen für Dreiecke hergeleitet werden können. Diese Vertiefung ist in dieser Lerngelegenheit so nicht vorgesehen, kann je nach Lerngruppe und zur Verfügung stehender Zeit jedoch integriert werden. Die Strahlensätze sind der inhaltsbezogenen Kompetenz Geometrie zuzuordnen, da diese auf ähnlichen Dreiecken aufbauen. Das Arbeitsblatt in Anhang B7 ist so aufgebaut, dass es Textverständnis, das Lesen von Skizzen und eine Abstraktion in die symbolische Sprache beinhaltet. Durch die drei unterschiedlichen Zugänge soll gewährleistet sein, dass möglichst viele Schüler einen Zugang finden, auch im Sinne der Heterogenität. Gerade die Übersetzung in die symbolische Sprache wird hier insbesondere gefördert, da sie häufig eine Hürde darstellt.
Die allgemeinen Strahlensätze werden ohne weitere Beweise als gültig angenommen. Die Vertiefung könnte für den reinen Mathematikunterricht übernommen werden und würde so einen Anknüpfungspunkt an die Lerngelegenheit bieten.

i) Anwendung der Strahlensätze

In dieser Komponente werden die Strahlensätze angewendet. Das zweite Arbeitsblatt zu den Strahlensätzen (siehe Anhang B9) besteht aus vier Anwendungsaufgaben zu den Strahlensätzen. Die Lösungen zu dem Arbeitsblatt sind in Anhang B10 zu finden. Hier wird aufgezeigt, dass die Strahlensätze auch Anwendung in anderen Gebieten finden und nicht ausschließlich an die-

sen Kontext (Lochkamera und Abbildungsgesetz) gebunden sind. Aufgabe 1 ist ohne Sachkontext und bezieht sich auf das reine Verständnis der Strahlensätze. In Aufgabe 2 und 3 liegt ein Kontextbezug vor. Die Skizzen (inklusive Strahlensatzfigur) sind bereits vorgegeben. Die Schüler müssen entscheiden, welcher Strahlensatz vorliegt und diesen zum Lösen der Aufgabe nutzen. Die jeweils aufgestellte Gleichung muss dann noch nach der Unbekannten aufgelöst werden. Aufgabe 4 ist vom Anforderungsniveau schwieriger als die vorherigen Aufgaben, da die Schüler anhand der Informationen zunächst eine Skizze erstellen müssen. Eine Hürde beim Erstellen der Skizze kann das Positionieren des Stocks und dessen Schatten sein, sodass eine Strahlensatzfigur entsteht. Nach Erstellen der Skizze ist das weitere Vorgehen wie in Aufgabe 2 und 3 beschrieben.
Das Arbeitsblatt ist so gestaltet, dass die Aufgaben bezüglich des Anforderungsniveaus steigen. Aufgabe 1 ist eine reine Reproduktionsaufgabe der Strahlensätze. In Aufgabe 2 bis Aufgabe 4 steht das mathematische Ergebnis in Bezug zu einem Sachkontext, Zusammenhänge müssen hergestellt werden. Der Lehrer sollte auf die Interpretation des Ergebnisses im Sachkontext achten.

j) Bau einer Lochkamera

Zum Abschluss der Lerngelegenheit bauen die Schüler eine eigene Lochkamera. Die Anleitung dazu ist in Anhang B11 zu finden. Die Schüler wenden einen Teil ihres eben erworbenen Wissens beim Bau und dem Umgang mit der Lochkamera an. Auf das Erstellen der Lochkamera wird aus Platzgründen hier nicht näher eingegangen. Es ist eine Partnerarbeit für die Schüler zu empfehlen. Trotz detaillierter Anleitung ist eine praktische Durchführung im Vorfeld für den Lehrer anzuraten.
Die zuvor theoretisch erarbeiteten Zusammenhänge von Mathematik und Physik können durch das Erstellen einer eigenen Lochkamera praktisch umgesetzt werden. Dies kann dazu beitragen, dass die Schüler eine positive Erinnerung an die Lerngelegenheit und die Verbindung Mathematik und Physik haben. Durch die selbstgebaute Lochkamera nehmen die Schüler „einen Teil“ der Lerngelegenheit mit nach Hause, dies kann Anlass für weitere Gespräche sein.

k) Reflexion

Als letzte Komponente der Lerngelegenheit soll das fächerverbindende Vorgehen von den Schülern reflektiert werden. Dazu sollen von den Schülern die folgenden Fragen beantwortet werden:
„Welche Rolle hatte die Mathematik?“

„Welche Rolle hatte die Physik?“
„Welchen Einfluss hatte die Verbindung von Mathematik und Physik?“
Durch die drei Fragen sollen die Schüler zum einen die Bedeutung der Verbindung von Mathematik und Physik realisieren und zum anderen noch einmal ihr eigenes Handeln reflektieren. Durch die Reflexion wird Metakognition angeregt. Durch das Beantworten der Fragen wird die Kompetenz des Argumentierens/ Kommunizierens gefördert und gefordert.

4.1.3 Analyse anhand der Checkliste

Im Folgenden wird anhand der Checkliste (Anhang B12) analysiert, ob die erste Lerngelegenheit für einen fächerverbindenden Unterricht von Mathematik und Physik geeignet ist.
Zunächst wird betrachtet, ob die Lerngelegenheit die Voraussetzungen erfüllt. Es sind die Fächer Mathematik und Physik beteiligt. Das gemeinsame Thema ist die Bildentstehung bei einer Lochkamera. Aufgrund der ausgearbeiteten Komponenten der Lerngelegenheit sind die beiden Fächer gleichberechtigte Partner. Die Anteile der beiden Fächer sind in etwa gleich groß. Ausgangs- und Endpunkt der Lerngelegenheit bezieht sich nicht nur auf eines der Fächer, sondern berücksichtigen beide Fächer. Weder die Mathematik, noch die Physik werden als untergeordnetes Fach behandelt, dies erkennt man beispielsweise daran, dass beide Fächer fachlich vertieft werden. Die behandelten Inhalte sind sowohl nach dem Kernlehrplan Mathematik, als auch nach dem Kernlehrplan Physik relevant. Die Strahlensätze sind der inhaltsbezogenen Kompetenz der Geometrie zuzuordnen. Sie gehören zum Bereich der Ähnlichkeiten, dem Vergrößern und Verkleinern. Die Ähnlichkeitssätze von Dreiecken und die Winkelpaare sind ebenfalls in die inhaltsbezogene Kompetenz der Geometrie einzuordnen. Die Lochkamera und das Abbildungsgesetz sind dem Inhaltsfeld der optischen Geräte zuzuordnen. Die Eigenschaften von Licht und die Entstehung von Bildern sind ebenfalls diesem Bereich des Lehrplans einzuordnen. Die Lerngelegenheit bietet den Fachlehrern von Mathematik und Physik Möglichkeiten, um im Fachunterricht an diese anzuknüpfen. Damit wird die Lerngelegenheit dann in den „normalen“ Fachunterricht integriert und erhält eine Bedeutung für diesen. Für die Mathematik bieten sich mehrere Anknüpfungspunkte. Zum einen kann der allgemeine Beweis für die Strahlensätze, siehe Komponente (f) in Abschnitt 4.1.2, dort durchgeführt werden. Dabei kann das Vorgehen des Beweises für den Spezialfall zur Orientierung genutzt werden. Der Beweis für den ersten Strahlensatz kann ebenfalls im Fachunterricht durchgeführt werden. Die in Komponente (h) definierten und gesicherten Strahlensätze finden in Komponente (i) erste Anwendungen, doch ist eine Vertiefung der Strahlensätze durch weitere Anwendun-

gen notwendig. Das weitere Vertiefen der Strahlensätze sollte vom Fachunterricht geleistet werden, dabei sollte darauf geachtet werden, dass der vielseitige Einsatz von Strahlensätzen in unterschiedlichsten Kontexten verdeutlicht wird und die Gültigkeit der Strahlensätze losgelöst von jeglichem Kontext noch einmal herausgestellt werden. Für den Fachunterricht Physik bieten sich ebenfalls Möglichkeiten zum Anknüpfen. Die Weiterentwicklung der Lochkamera mit Hilfe von Linsen ist eine dieser Möglichkeiten. Hier findet auch das in Komponente (g) gesicherte Abbildungsgesetz erneut Anwendung. Der zweite Strahlensatz findet bei der Bildentstehung bei Linsen ebenfalls Anwendung und mit einer angepassten Skizze kann die Linsengleichung hergeleitet werden. Dabei kann sich an dem Vorgehen in den Komponenten (c) bis (f) orientiert werden. In Bezug auf das oben genannte gemeinsame Thema bestehen Schnittstellen von Mathematik und Physik. Deutlich ist diese Überschneidung in den Komponenten (c), (d) und (f) (Anhang B2) zu erkennen. In der entwickelten Skizze sowie der Herleitung des Abbildungsgesetzes und der Strahlensätze greifen ständig Mathematik und Physik ineinander und sind nicht klar voneinander zu trennen. Die Bildentstehung bei der Lochkamera ist aus Sicht der Physik relevant und bietet der Mathematik eine authentische Anwendung für den zweiten Strahlensatz. Die beschriebenen Komponenten bieten Potential um die Fachgrenzen bewusst zu überschreiten. Die Grenzen von Mathematik und Physik können hier aufgezeigt werden. Beispielsweise benötigt die Mathematik die Physik für eine authentische Anwendung der Strahlensätze, die Bedeutung in dem entsprechenden Kontext (Lochkamera) ist ohne das Wissen der Physik so nicht möglich. Die Physik benötigt ebenfalls die Mathematik, für die Herleitung des gesuchten Zusammenhanges der Größen G, B, g und b und der daraus folgenden Aufstellung des Abbildungsgesetzes. Mit Komponente (k) und deren reflektierenden Fragen bezüglich der Verbindung, sollen den Schülern die Grenzen und Vorteile der jeweiligen Fächer sowie die der Verbindung bewusst werden. Dabei sollte von den Lehrern darauf geachtet werden, dass es nicht immer möglich und sinnvoll ist streng zwischen Mathematik und Physik zu trennen, sondern die Grenzen oft ineinander übergehen. Die Lerngelegenheit ist so konzipiert, dass Mathematik und Physik nicht einfach nur zeitlich nebeneinander her laufen können, sondern die Fächer sind in den einzelnen Komponenten verflochten. Dies ist wie oben beschrieben deutlich in Anhang B2 zu erkennen. Die Verbindung der einzelnen Komponenten und Beiträge kann durch die entwickelten Komponenten alleine nicht gegeben werden, sondern muss durch die Lehrer herbeigeführt werden. Diese Lerngelegenheit enthält teilweise auch Phasen, die auch nebeneinander stattfinden können. Dies sind zum Beispiel die vertiefenden Aufgaben zu den Strahlensätzen sowie die vertiefenden Aufgaben zu Lochkamera und Ab-

bildungsgesetz, wie in den Komponenten (g) und (i) erläutert. Die Lehrer sollten diese Komponenten ebenfalls verbinden. Daraus ergibt sich, dass die Lerngelegenheit für eine integrative Verbindung geeignet ist. Die Verbindung der beiden Fächer führt zu einer Bereicherung der Mathematik. Durch die Lochkamera und das Abbildungsgesetz erhalten die Strahlensätze eine authentische Anwendung. Dies füllt den Begriff des Strahlensatzes mit Inhalt und so kann dieser für einige Schüler zugänglicher sein. Mittels des Videos und den Bau der Lochkamera wird der Unterricht handlungsorientierter gestaltet und bietet dadurch mehrere Zugangsmöglichkeiten zum Thema, auch im Sinne der Heterogenität. Für die Physik bietet diese Lerngelegenheit ebenfalls eine Bereicherung. Die Verbindung zur Mathematik ermöglicht eine strukturierte Darstellung der Zusammenhänge, wie beim Abbildungsgesetz zu sehen ist. Durch das Auseinandersetzen mit den mathematischen Strukturen können Schüler diese in anderen physikalischen Zusammenhängen leichter wieder erkennen. Dies hilft beispielsweise bei der Bildentstehung bei Linsen und dem Herleiten des Linsengesetzes. Damit sind alle Voraussetzungen für eine fächerverbindende Lerngelegenheit von Mathematik und Physik erfüllt.
Die Komponenten bieten Potential für zusätzliche fachliche Tiefe für die Mathematik. In Komponente (e) wird das nötige mathematische Vorwissen der Schüler noch einmal wiederholt, dabei wird die nötige fachliche Korrektheit gewährleistet. Die Strahlensätze werden in Komponente (h) definiert und gesichert, dies führt zu fachlicher Tiefe. Durch die Übungsaufgaben in Komponente (i) erhalten die Strahlensätze die nötige Vertiefung mittels Anwendungsaufgaben. Dies ist notwendig, da die Strahlensätze nicht nur an den Kontext der Lochkamera gebunden sind und die vielseitige Anwendung der Strahlensätze den Schülern bewusst werden soll. Ebenfalls sollte darauf geachtet werden, dass auf die Gültigkeit der Strahlensätze losgelöst von einem Kontext eingegangen wird. Für die Physik bieten entsprechende Komponenten ebenfalls zusätzliche fachliche Tiefe. In Komponente (b) wird das nötige Vorwissen der Schüler in entsprechender fachlicher Korrektheit dargelegt. Das Abbildungsgesetz und die Bildentstehung bei der Lochkamera werden in Komponente (g) definiert und gesichert. Dabei wird auf fachliche Korrektheit geachtet. In dieser Komponente werden die erarbeiteten Inhalte durch Aufgaben vertieft. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass die Mathematik die physikalischen Inhalte nicht dominiert. Daher wurden bewusst erklärende Aufgaben, ohne Rechnungen, gewählt. Das Eigenverständnis der Fächer Mathematik und Physik kann ebenfalls mit dieser Lerngelegenheit gefördert werden. Mathematik und Physik gehen ineinander über und helfen sich dort wo das Fach alleine nicht mehr weiter kommt. Dies wurde eben bei den Grenzen der Fächer thematisiert. Dadurch wird die Bedeutung des einen Faches für

das andere deutlich. Aus Sicht der Mathematik bietet die Physik notwendige authentische Anwendungen (Lochkamera und Abbildungsgesetz) und kann die mathematischen Ergebnisse auf ihr „Praxisfähigkeit" prüfen. Der ermittelte Zusammenhang zwischen den Größen G, B, g und b sollte und wird in der Lerngelegenheit dahingehend überprüft, ob dies überhaupt sein kann und mit dem Beobachteten übereinstimmt. Die Mathematik bietet aus Sicht der Physik hingegen die Fähigkeit zum Abstrahieren und Strukturieren. Damit die Physik die Unterstützung der Mathematik jedoch nutzen kann, müssen die Phänomene idealisiert werden. Die Bildentstehung bei der Lochkamera wird mit Hilfe von idealisierten Modellen, z.B. der Lichtstrahl, der Gegenstand als Strich usw., vorgenommen. Die vermuteten Erkenntnisse können durch die entwickelten Strukturen überprüft werden. Durch Komponente (k) werden die Bedeutungen der Fächer füreinander und die Notwendigkeit der Verbindung noch einmal thematisiert. Dies alles führt zu einem besseren Eigenverständnis der beiden Fächer. Die prozessbezogenen Kompetenzen von Mathematik und Physik werden in dieser Lerngelegenheit ebenfalls gefordert und gefördert. Es wird im Folgenden nicht auf alle Kompetenzen eingegangen, da sie zum Teil auch schon in Abschnitt 4.1.2 erläutert wurden. Die prozessbezogenen Kompetenzen des Problemlösens und die des Modellierens werden weiter unten aufgeführt. Die prozessbezogene Kompetenz des Argumentierens/Kommunizierens (Mathematik) und der Kompetenzbereich Kommunikation (Physik) werden ebenfalls gefordert und gefördert. In der Partnerarbeit in Komponente (g) müssen die Schüler ihre Formulierungen erklären und gegebenenfalls verteidigen. Bei Komponente (h) müssen die Schüler die Informationen aus der Formulierung und der Skizze in die symbolische Sprache übersetzen. Bei der Beantwortung der Fragen in Komponente (k) wird das Argumentieren und Kommunizieren angesprochen. Die Schüler müssen ihre Einschätzungen in eigene Worte fassen und begründet vortragen. Dies sind nur drei Beispiele für die Forderung und Förderung dieser Kompetenzen. Der Kompetenzbereich der Erkenntnisgewinnung (Physik) wird ebenfalls angesprochen durch das Mathematisieren der Erkenntnisse bei der Entwicklung des Abbildungsgesetzes und des zweiten Strahlensatzes.

Die Handlungsfähigkeit der Schüler wird durch das ganze Vorgehen der Lerngelegenheit indirekt gefördert. Die Schüler müssen nicht direkt ein Problem selber lösen, aber durch das bewusste Verbinden von Mathematik und Physik sowie das Erkennen des bestehenden Nutzens wird die Handlungsfähigkeit indirekt gefördert. Die Schüler lernen, dass sie durch Abstraktion und Idealisierung Probleme mit Hilfe der Mathematik lösen können, aber immer auch eine Betrachtung im Kontext notwendig ist. Die Lerngelegenheit trägt aus denselben Gründen zur Lebensvorbereitung der Schüler bei. Mittels des Filmausschnittes in Komponente (a) und dem Bau der Lochkamera, Komponente (j), ist die Lerngelegenheit anwendungsorientiert gestaltet. Es bietet sich eine authentische Anwendung für die Strahlensätze. Durch die Thematisierung der Lochkamera und des Abbildungsgesetzes liegt keine eingekleidete Pseudo-Anwendung vor, sondern eine authentische Anwendung. In den Komponenten (b) und (g) werden die physikalischen Inhalte thematisiert. Es wird nicht einfach angenommen, dass das Licht als Strahl dargestellt wird, sondern es wird erläutert, dass es sich um das idealisierte Modell des Lichtstrahls handelt. Die prozessbezogene Kompetenz des Modellierens (Mathematik) wird hier gefordert und gefördert. Die Realsituation der Bildentstehung bei der Lochkamera wird durch Abstraktion und Idealisierung in ein mathematisches Modell übersetzt, sodass das Abbildungsgesetz und der zweite Strahlensatz hergeleitet werden können. Dies ist in den Komponenten (c) bis (f) zu sehen. Dabei ist es wichtig, dass die Erkenntnis auch immer noch im Kontext interpretiert wird. Die prozessbezogene Kompetenz des Problemlösens (Mathematik) wird in dieser Lerngelegenheit indirekt gefordert und gefördert, da Anwendungsaufgaben gestellt werden und keine Problemlöseaufgaben. Zur Problemlösefähigkeit gehört es inner- und außermathematische Probleme zu erfassen. Das Problem der Bildentstehung bei der Lochkamera muss von den Schülern erfasst werden und mit Hilfe von bekanntem Wissen gelöst werden. Die Lösung und der Weg zur Lösung sollen dabei kritisch hinterfragt werden. Durch die Lerngelegenheit wird ganzheitliches Lernen gefordert und gefördert. Die Schüler haben die Möglichkeit mit vielen Sinnen zu Lernen. Mittels des Videos wird zunächst ein auditiver Zugang geboten, in der Herleitung sind rein formale Phasen enthalten und in Komponente (j) bauen die Schüler eine eigene Lochkamera, dies bietet einen haptischen Zugang. Durch die Sichtweisen von Seiten der Mathematik und von Seiten der Physik wird das Thema ausführlicher beleuchtet und den Schülern werden von zwei Fächern Zugangsweisen geboten. Bei der Lerngelegenheit wird über die jeweiligen Fachgrenzen hinausgedacht, dies fördert anschlussfähiges Wissen und vernetzte Denkstrukturen. Das erlernte ist immer an den jeweiligen Kontext gebunden, in dieser Lerngelegenheit ist der zweite Strahlensatz zunächst mit der Bildentstehung bei der Lochkamera und dem Abbildungsgesetz verbunden. Daher ist es wichtig, dass das erworbene Wissen mit weiteren Wissenskontexten verknüpft wird. Durch die Komponenten (b) und (g) wird dieses mit weiterem physikalischem Wissen verknüpft, diese Verknüpfung muss durch den Fachunterricht jedoch noch weiter aufgebaut und vertieft werden. Die Strahlensätze werden zum einen als allgemeingültig und losgelöst von jeglichem Kontext abgespeichert, siehe Komponente (h). Zu weiteren Kontexten werden aufgrund der vertiefenden Aufgaben in Komponente (i) erste Verknüpfungen ge-

bildet. Diese Verknüpfungen müssen ebenfalls durch den Fachunterricht Mathematik weiter ausgebildet und vertieft werden. Durch die Lerngelegenheit an sich wird eine Verknüpfung von Mathematik und Physik hergestellt. Das erworbene mathematische Wissen muss flexibel einsetzbar sein, durch die Anwendung bei der Lochkamera und dem Abbildungsgesetz, sowie den weiteren aufgezeigten Kontexten wird verdeutlicht, dass die Strahlensätze vielseitig anwendbar sind und nicht an einen Kontext gebunden sind. Es ist wichtig darauf zu achten, dass verdeutlicht wird, dass die Strahlensätze auch ohne Kontextbezug bestehen. Hier muss der Fachunterricht unterstützend mitwirken. Das wechselseitige Übersetzen von Mathematik und Physik wird in dieser Lerngelegenheit ebenfalls geübt. In den Komponenten (c) bis (f) sollten ständig die mathematische und physikalische Sichtweise beachtet werden, dazu muss zwischen diesen übersetzt werden. Bei den Rechenaufgaben zur Lochkamera und dem Abbildungsgesetz in Komponente (g) muss zwischen Mathematik und Physik übersetzt werden.
Im Ganzen kann gesagt werden, dass die entwickelte Lerngelegenheit zur Bildentstehung bei der Lochkamera als fächerverbindende Lerngelegenheit von Mathematik und Physik geeignet ist. Ob das gebotene Potential vollständig genutzt werden kann hängt von einigen Faktoren ab, wie beispielsweise Lehrer, Lerngruppe und zur Verfügung stehender Zeit.

4.2 Lerngelegenheit 2: Hebelgesetz und antiproportionale Zuordnungen

Die zweite Lerngelegenheit beschäftigt sich mit dem Hebelgesetz und den antiproportionalen Zuordnungen. Zum Einstieg führen die Schüler einen Versuch durch. Sie sollen eine Schraube lösen und haben dafür zwei Möglichkeiten, am Ende des Versuches sollen die Schüler dazu Hypothesen bilden. Ein Informationstext zu Kräften und speziell der Gewichtskraft wiederholt das notwendige physikalische Wissen. Die Begriffe des Hebels und des Hebelarms werden vom Lehrer eingeführt, sodass die anschließenden Versuche mit den notwendigen Fachbegriffen durchgeführt werden können. In Schülerversuchen zu einseitigen und zweiseitigen Hebeln überprüfen die Schüler ihre zuvor aufgestellten Hypothesen. Anschließend wird das Hebelgesetz eingeführt und die entsprechenden Begriffe werden gesichert. Die aufgestellten Wertetabellen stellen antiproportionale Zuordnungen dar. Je nach Lerngruppe kann eine Wiederholung zu Zuordnungen und proportionalen Zuordnungen eingeschoben werden. Die antiproportionalen Zuordnungen werden im Allgemeinen definiert und mit Hilfe eines Arbeitsblattes gesichert sowie mit weiteren Aufgaben gefestigt. Das eingeführte Hebelgesetz wird ebenfalls mittels Aufgaben gefestigt.

Diese Lerngelegenheit ist für den Einsatz in der 7. Klasse angedacht. Die Lerngelegenheit sollte der Lerngruppe und deren Vorwissen bezüglich Inhalt und Umfang angepasst werden. Je nach zur Verfügung stehender Zeit können einzelne Komponenten in den Fachunterricht Mathematik und Physik verlagert werden. Die Sozialformen werden nur in Form von Vorschlägen berücksichtigt. Diese sollten von den jeweiligen Lehrern je nach Lerngruppe individuell entschieden werden.

4.2.1 Nötiges Vorwissen der Schüler

Diese Lerngelegenheit setzt ein bestimmtes Wissen bei den Schülern voraus. Von Seiten der Mathematik sollten den Schülern Zuordnungen im Allgemeinen und antiproportionale Zuordnungen im Speziellen bekannt sein. Von Seiten der Physik sollte den Schülern der Begriff der Kraft vertraut sein und die dazugehörigen Eigenschaften. Dies beinhaltet, dass Kräfte Betrag, Richtung und Angriffspunkt haben, sowie die Darstellung von Kräften (Pfeile). Die Gewichtskraft sollte den Schülern ebenfalls bekannt sein. Zudem sollten die Schüler wissen, was es bedeutet, wenn ein Körper im Gleichgewicht ist.

4.2.2 Beschreibung der Komponenten

Am Ende der Lerngelegenheit sollen die Schüler das Hebelgesetz und die nötigen Fachbegriffe kennen und mit Hilfe des Hebelgesetzes Aufgaben lösen, sowie antiproportionale Zuordnungen kennen und Aufgaben mit Hilfe dieser lösen. Im Folgenden werden die Komponenten (a-j) der Lerngelegenheit zu Hebelgesetz und antiproportionalen Zuordnungen beschrieben. Die zugehörigen Materialien (Arbeitsblätter und Lösungsblätter) sind in Anhang C zu finden. Die Komponenten und damit auch die Materialien sollten je nach Lerngruppe und zur Verfügung stehender Zeit individuell angepasst werden, dies gilt auch für die vorgeschlagenen Medien und Sozialformen.

a) Hypothesen bilden

Zum Einstieg sollen die Schüler einen Versuch durchführen. An einem Brett sind Schrauben mit Muttern befestigt. Zur Verfügung stehen passende Schraubenschlüssel in unterschiedlicher Länge (Hebelarm). Die Schüler haben pro Gruppe zwei Versuche, um die Mutter zu lösen. Aufgrund der begrenzten Anzahl an Versuchen sollten die Schüler überlegt an das Problem herangehen. Am Ende der Versuche sollen die Schüler eine Hypothese aufstellen, wie die Mutter mit möglichst wenig Kraftaufwand gelöst werden kann. Dazu sollen die Schüler entsprechende Fachsprache verwenden. Die Gruppengröße sollte ca. drei Personen betragen, damit jeder Schüler aktiv an der Hypothesenbildung und dem Lösen des Problems beteiligt sein kann. Die Hy-

pothesen der Gruppen sollten zunächst an der Tafel gesammelt werden, ohne diese zu diskutieren.
Das Bilden der Hypothesen fördert und fordert die prozessbezogene Kompetenz der Argumentation/Kommunikation (Mathematik) und die, der Erkenntnisgewinnung (Physik), da die Schüler Hypothesen eigenständig bilden und mit Hilfe der ihnen bekannten Fachsprache formulieren müssen. Die Teamarbeit wird durch das Arbeiten in den Gruppen und das gemeinsame Hypothesenbilden ebenfalls gefordert und gefördert.

b) Wiederholung zu Kräften und Gewichtskraft

Für das weitere Vorgehen sollten die Schüler mit den Begriffen der Kraft und der Gewichtskraft vertraut sein. Daher sind diese auf einem Informationsblatt (Anhang C1) erläutert. Die Schüler sollten den Text zunächst alleine lesen, dann sollten offene Fragen bezüglich des Textes geklärt werden. In dieser Komponente wird die Lesekompetenz gefordert und gefördert, da die Schüler die Informationen des Textes im weiteren Verlauf umsetzen und anwenden müssen. Das Wissen zu den beiden Begriffen ist Voraussetzung für das weitere Vorgehen.

c) Begriffe zum Hebel einführen

Damit die, in der nächsten Komponente folgenden Versuche mit dem nötigen Fachvokabular durchgeführt werden können, müssen zunächst einige Begriffe eingeführt werden. Die Begriffe werden in Komponente (e) gesichert. Die Begriffe Hebel, Hebelarm, einseitiger Hebel und zweiseitiger Hebel sollten an der Tafel vom Lehrer eingeführt werden, da die Begriffe den meisten Schülern unbekannt sein werden. Der Drehpunkt und dessen Lage am Hebel werden den Schülern ebenfalls verdeutlicht. Erklärungen zu den Begriffen sind in Anhang C7 zu finden. Es sollte darauf geachtet werden, dass die eingeführten Begriffe von den Schülern verstanden werden, sodass sie diese richtig verwenden und anwenden können.

d) Versuche zum einseitigen und zum zweiseitigen Hebel

In dieser Komponente werden die in Komponente (a) aufgestellten Hypothesen anhand von Versuchen überprüft. Die Versuche sollten von den Schülern in Gruppen durchgeführt werden, dabei sollte die Gruppengröße ca. drei Schüler betragen. Die eine Hälfte der Gruppen sollte den Versuch zum einseitigen Hebel durchführen und die andere Hälfte der Gruppen den Versuch zum zweiseitigen Hebel. Der Arbeitsauftrag und das Arbeitsblatt zum einseitigen Hebel sind in Anhang C2 zu finden, für den zweiseitigen Hebel ist dies in Anhang C4 zu finden. Die Arbeitsblätter sind analog aufgebaut, sodass die

Schüler jeweils ein vollständiges Versuchsprotokoll anfertigen. Musterlösungen zu den jeweiligen Arbeitsblättern bzw. Versuchsprotokollen sind Anhang C3 und C5 zu finden. Für die Versuche wird eine entsprechende Apparatur benötigt, die Bauanleitung und Beschreibung ist in Anhang C15 zu finden. Die Schüler sollten jeweils zuerst den Arbeitsauftrag des entsprechenden Versuches sorgfältig lesen, sodass Fragen und Missverständnisse geklärt werden können. Es bietet sich an den Arbeitsauftrag jeweils noch einmal von Schülern in eigenen Worten wiedergeben zu lassen. Hier wird das Textverständnis der Schüler gefördert und gefordert. Durch das Wiedergeben in eigenen Worten wird zum einen das Erfassen von Texten und zum anderen das Formulieren in eigenen Worten geübt. Der Lehrer sollte auf das korrekte Verwenden der Fachsprache achten, insbesondere auf die in Komponente (c) neu eingeführten Begriffe. Durch das Wiedergeben in eigenen Worten kann der Lehrer erste Missverständnisse aufdecken und klären. Zunächst wird der Versuch zum einseitigen Hebel beschrieben. Die Apparatur zum Versuch ist so aufzubauen, dass ein einseitiger Hebel vorliegt. Dazu wird der Querstab (Hebelarm) mit dem Loch am Rand befestigt. An dem Hebel wird eine bestimmte Masse in einem bestimmten Abstand befestigt (vorgegeben). Die Schüler sollen den Hebel wieder ins Gleichgewicht bringen. Dies sollen sie an unterschiedlichen Punkten, Abständen zum Drehpunkt, durchführen. Die jeweils wirkenden Kräfte und dazugehörigen Abstände sollen in einer Wertetabelle festgehalten werden. Damit die jeweils aufgebrachte Kraft bestimmt werden kann, nutzen die Schüler einen Kraftmesser. Die auszugleichende Kraft muss zunächst aus der Masse des Gewichtes bestimmt werden, indem die Schüler die Gewichtskraft des Gewichtes bestimmen. Das Ganze wird für zwei verschiedene Vorgaben an Gewicht und Abstand durchgeführt. Die Schüler sollen ihre Beobachtungen auf dem Arbeitsblatt notieren. Vor der Auswertung des Versuches sollten die Beobachtungen der Schüler im Unterrichtsgespräch vorgestellt werden. Dabei ist auf das richtige Verwenden der Begriffe und der Fachsprache zu achten. Dies fördert und fordert das Formulieren von Beobachtungen und das Verwenden entsprechender Fachsprache. Je nach Lerngruppe könnten Schüler folgende Beobachtung formulieren: Je größer der Abstand zum Drehpunkt ist, desto kleiner ist die benötigte Kraft. Wenn diese Beobachtung geäußert wird, sollte man diese für die Überleitung zur Auswertung nutzen. In der Auswertung sollen die Schüler jeweils das Produkt aus Kraft und Abstand zum Drehpunkt bilden. Je nach Messwerten ist zu erkennen, dass das berechnete Produkt immer gleich groß ist und auch das Produkt aus auszugleichender Kraft und Abstand zum Drehpunkt mit diesem übereinstimmt. Es sind bewusst zwei Ausgangssituationen für Kraft und Abstand zum Drehpunkt gewählt, sodass die Schüler feststellen können, dass die Produktgleichheit der beiden Größen immer gilt. Der Versuch zum zweiseitigen Hebel ist ähnlich zu dem Versuch zum einseitigen Hebel aufgebaut. Ein Unterschied liegt darin, dass die Apparatur einen zweiseitigen Hebel darstellt. Dazu muss das Loch in der Mitte des Querstabes (Hebelarme) befestigt werden. An dem linken Hebelarm wird ein bestimmtes Gewicht in einem bestimmten Abstand befestigt (vorgegeben). Die Schüler sollen den Hebel wieder ins Gleichgewicht bringen. Hier sollen sie dazu jedoch andere Gewichte nutzen, die sie an dem rechten Hebelarm befestigen. Dazu müssen die Schüler austesten in welchem Abstand zum Drehpunkt die jeweiligen Gewichte befestigt werden müssen. Die vorgegebenen Gewichte und Abstände am linken Hebelarm sind bewusst so gewählt, dass es mehrere Möglichkeiten gibt um den Hebel ins Gleichgewicht zu bringen. Die jeweils wirkenden Kräfte und dazugehörenden Abstände zum Drehpunkt sollen in einer Wertetabelle festgehalten werden. Dazu müssen die Schüler die jeweilige Gewichtskraft der entsprechenden Massen bestimmen. Die Beobachtung, der Übergang zur Auswertung und die Auswertung sind analog dem Versuch zum einseitigen Hebel und werden daher nicht mehr aufgeführt. Am Ende sollen die Schüler, die an der Tafel stehenden Hypothesen (Komponente (a)), mit ihren erzielten Erkenntnissen überprüfen. In dieser Komponente werden die prozessbezogenen Kompetenzen Argumentieren/Kommunizieren (Mathematik), Kommunikation (Physik) und Erkenntnisgewinnung (Physik) gefördert und gefordert, durch das Formulieren von Beobachtungen sowie das Verwenden von Fachsprache. Das Durchführen von Versuchen und das Anfertigen entsprechender Versuchsprotokolle fordern und fördern im Besonderen die prozessbezogene Kompetenz der Erkenntnisgewinnung (Physik).

e) Der Hebel und das Hebelgesetz

Basierend auf den Erkenntnissen der durchgeführten Versuche wird in dieser Komponente das Hebelgesetz eingeführt und mit den relevanten Begriffen gesichert. Die Sicherung erfolgt mit Hilfe des Arbeitsblattes in Anhang C6, Lösungsmöglichkeiten zu diesem sind in Anhang C7 zu finden. Die in Komponente (c) eingeführten Begriffe Hebel, Hebelarm, einseitiger Hebel und zweiseitiger Hebel werden auf dem Arbeitsblatt gesichert, indem die Schüler die Formulierungen an der Tafel übernehmen. Anhand der Versuche und der angefertigten Versuchsprotokolle zu einseitigen und zweiseitigen Hebeln sollten gemeinsam mit den Schülern Skizzen zu diesen an der Tafel entwickelt werden. Anschließend sollen die Skizzen zu einseitigen und zweiseitigen Hebeln von den Schülern auf das Arbeitsblatt übertragen werden. Am Ende der Lerngelegenheit wird das Hebelgesetz, in Worten und in formal-symbolischer Sprache formuliert und ebenfalls auf dem Arbeitsblatt gesichert. In dieser

Komponente sollten die Schüler bei den jeweiligen Entwicklungen einbezogen werden. Die hier gesicherten Inhalte sind im Kernlehrplan Physik dem Inhaltsfeld Kraft, Druck, mechanische und innere Energie zuzuordnen.

f) Wiederholung zu Zuordnungen und proportionalen Zuordnungen

Für das weitere Vorgehen sollten je nach Lerngruppe zunächst Zuordnungen und proportionale Zuordnungen wiederholt werden. Dazu ist in Anhang C8 ein Informationstext zu finden. Dieses Wissen wird für das Einführen der antiproportionalen Zuordnungen in der nächsten Komponente vorausgesetzt. Durch das gezielte Wiederholen könnten Schüler folgende Vermutung äußern: Im Versuch zum Hebelgesetz besteht Produktgleichheit der Größenpaare. Da die Quotientengleichheit eine Eigenschaft proportionaler Zuordnungen ist, liegt auch im Versuch zum Hebel eine spezielle Art der Zuordnungen vor. Hier werden von den Schülern erneut Textverständnis und Fachsprache gefordert und gefördert, da die Schüler die Informationen des Textes umsetzen müssen. Zuordnungen sind im Kernlehrplan Mathematik der inhaltsbezogenen Kompetenz der Funktionen zuzuordnen. Durch diese mathematischen Inhalte wird die Zuordnungsvorstellung der Funktionen geschult. Unter einer Zuordnungsvorstellung versteht man, dass eine Abhängigkeit zwischen zwei Größen besteht. Das vertiefende Üben der Zuordnungsvorstellung bereitet die fundamentale Idee des funktionalen Zusammenhanges vor.

g) Antiproportionale Zuordnungen

In dieser Komponente werden die antiproportionalen Zuordnungen eingeführt und gesichert. Je nach Lerngruppe haben die Schüler eine Verbindung zwischen den Versuchen (Komponente (d)), sowie dem eingeführten Hebelgesetz (Komponente (e)) und den Zuordnungen bereits hergestellt. Ist dies nicht der Fall, so muss diese Verbindung mit Hilfe des Lehrers hergestellt werden. Das Hebelgesetz beschreibt eine antiproportionale Zuordnung. Die Eigenschaften dieser werden eingeführt. Die Produktgleichheit als Eigenschaft kann gemeinsam mit den Schülern erarbeitet werden. Zur Sicherung der antiproportionalen Zuordnungen dient das Arbeitsblatt in Anhang C9, das entsprechende Lösungsblatt ist in Anhang C10 zu finden. Die Definition der antiproportionalen Zuordnungen (roter Kasten auf dem Arbeitsblatt) sollte gemeinsam an der Tafel erarbeitet werden und von den Schülern übernommen werden. Der Merksatz zur Produktgleichheit kann wie eben erwähnt, mit den Schülern zusammen erstellt werden. Das Beispiel soll aufzeigen, wie man anhand von Tabellen fehlende Werte bestimmen kann. Das Beispiel sollte in Zusammenarbeit von Lehrern und Schülern ausgefüllt werden, so werden die Schüler in das Unterrichtsgeschehen mit eingebunden. Anschließend sollen sich die Schüler eine Regel überlegen, wie sie antiproportionale Zuordnungen schnell erkennen können. Damit die Schüler eine eigene Regel formulieren können, müssen die zuvor eingeführten Zusammenhänge der antiproportionalen Zuordnungen verstanden sein. Die Regeln der Schüler sollten individuell beurteilt werden und es sollte auf das korrekte Verwenden von Fachsprache geachtet werden. Dies fördert unteranderem die prozessbezogene Kompetenz des Argumentierens/Kommunizierens (Mathematik), da die Schüler ihre Erkenntnisse in eigene Worte fassen und gegebenenfalls rechtfertigen müssen. Die graphische Darstellung und Auswertung wird auf dem Arbeitsblatt ebenfalls eingeführt. Als Beispiel für die graphische Auswertung und auch für das obere Beispiel wurde bewusst nicht der Versuch, sondern jeweils ein anderer Kontext gewählt. Dies soll dazu beitragen, dass die Schüler die antiproportionalen Zuordnungen nicht nur mit dem Hebelgesetz verbinden. Dadurch sollen die Schüler erkennen, dass die antiproportionalen Zuordnungen in vielen Kontexten Anwendung finden. Der Graph einer antiproportionalen Zuordnung ist eine Hyperbel, dies wird durch den gezeichneten Graphen und den formulierten Satz gesichert. Die Beschriftung und Einteilung der Achsen, sowie das Eintragen der Wertepaare kann durch die Schüler vorgenommen werden. Die allgemeine Definition der antiproportionalen Zuordnungen soll den Schülern verdeutlichen, dass diese auch ohne jeglichen Kontext existieren. In dieser Komponente werden mehrere Darstellungsmöglichkeiten der antiproportionalen Zuordnungen angesprochen. Eine Tabelle ist eine übersichtliche Darstellungsweise, jedoch können nur begrenzt Werte angegeben werden. Ein Graph ist anschaulich, jedoch beinhaltet er die Hürde des Lesens und des Interpretierens. Die algebraische Darstellungsweise ist allgemeingültig, jedoch erkennen die Schüler meistens keine direkte Verbindung zu Tabelle oder Graph. Dies schult die Zuordnungsvorstellung von Funktionen und bereitet ebenfalls auf die fundamentale Idee des funktionalen Zusammenhanges vor.

h) Anwendung der antiproportionalen Zuordnungen

In dieser Komponente werden die antiproportionalen Zuordnungen angewendet. In Anhang C11 befindet sich ein Arbeitsblatt mit drei Aufgaben zur Anwendung. Die Lösungen zu diesem Arbeitsblatt sind in Anhang C12 zu finden. Durch die verschiedenen Kontexte der Aufgaben wird aufgezeigt, dass die antiproportionalen Zuordnungen in vielen Gebieten Anwendung finden und nicht ausschließlich an den Kontext des Hebelgesetzes gebunden sind. In Aufgabe 1 sollen die Schüler die bestehenden Tabellen ergänzen. Hier eignet sich das zuvor dargestellte Vorgehen (Anhang C9, C10). In Aufgabe 2 müssen die Schüler zunächst den Zusammenhang zwischen Breite bzw. Länge der Kuchenstücke und der Anzahl, der daraus entstehenden Kuchenstücke in der Breite bzw. Länge des Kuchens verstehen. Die Aufgabe spricht insbesondere die Produktgleichheit an, da insgesamt immer 24 Kuchenstücke entstehen sollen. In Aufgabenteil c) sollen die Schüler die Bedeutung der Produktgleichheit im Kontext der Aufgabe erläutern. Aufgabe 3 kann mit Hilfe einer Tabelle oder einer Gleichung basierend auf der Produktgleichheit gelöst werden. In Aufgabenteil b) soll das Ergebnis im Kontext beurteilt werden. Hier wird zudem aufgezeigt, dass antiproportionale Zuordnungen auch in anderen Bereichen der Physik Anwendung finden. In Aufgabenteil c) soll, wie in Aufgabe 2, die Produktgleichheit im Kontext erläutert werden.

i) Anwendung von Hebel und Hebelgesetz

Die vorletzte Komponente ist ein Arbeitsblatt mit Aufgaben zum Hebel und dem Hebelgesetz. Das Arbeitsblatt ist in Anhang C13 und das entsprechende Lösungsblatt ist in Anhang C14 zu finden. In Aufgabe 1 sollen die Schüler Hebel nennen, die sie kennen und einseitigen und zweiseitigen Hebeln zuordnen. Das Herstellen von Verbindungen zwischen Alltag und physikalischen Zusammenhängen wird hier gefördert und gefordert und damit auch die prozessbezogene Kompetenz der Erkenntnisgewinnung (Physik). In Aufgabe 2 und Aufgabe 3 findet das Hebelgesetz Anwendung und wird gefestigt. Diese Aufgaben sind ebenfalls einen Anwendung der antiproportionalen Zuordnungen. In Aufgabe 3 müssen die Schüler aus den Informationen der Aufgabenstellung eine Skizze entwickeln. Dies fördert und fordert das Textverständnis und das Umsetzen von Informationen. In Aufgabe 4 müssen die Schüler zu einer Aussage von Archimedes Stellung nehmen. Dies fördert und fordert das Anwenden von Fachsprache und das Argumentieren.

j) Reflexion

Als letzte Komponente der Lerngelegenheit soll das fächerverbindende Vorgehen von den Schülern geleitet werden. Dazu sollen von den Schülern die folgenden Fragen beantwortet werden:
„Welche Rolle hatte die Mathematik?“
„Welche Rolle hatte die Physik?“
„Welchen Einfluss hatte die Verbindung von Mathematik und Physik?“
Die drei Fragen sollen den Schülern zum einen die Bedeutung der Verbindung von Mathematik und Physik näher bringen und zum anderen zur Reflexion ihres eigenen Handelns beitragen. Durch die Reflexion wird Metakognition angeregt. Mit der Beantwortung der Fragen wird die Kompetenz des Argumentierens/ Kommunizierens angesprochen.

4.2.3 Analyse anhand der Checkliste

Anhand der erstellten Checkliste (C16) wird analysiert, ob die zweite Lerngelegenheit als fächerverbindender Unterricht von Mathematik und Physik geeignet ist.
Als erstes wird betrachtet, ob die Voraussetzungen erfüllt sind.
An der Lerngelegenheit sind die Fächer Mathematik und Physik beteiligt. Das gemeinsame Thema der Lerngelegenheit ist: Der Hebel - eine geniale Entdeckung. Die Fächer haben in etwa gleich große Anteile an dem Vorhaben. Keines der beiden Fächer wird als untergeordnetes Fach behandelt, dies kann man beispielsweise daran erkennen, dass beide Fächer fachliche Vertiefungen enthalten (z.B. Komponenten (h) und (i)). Ausgangs- und Endpunkt der Lerngelegenheit beziehen sich nicht nur auf Mathematik oder Physik, sondern es sind beide Fächer daran beteiligt. Komponente (j) trägt durch die reflektierenden Fragen dazu bei, dass den Schülern noch einmal verdeutlicht wird, dass die gesamte Lerngelegenheit sich auf beide Fächer bezieht. Daher sind Mathematik und Physik in dieser Lerngelegenheit gleichberechtigte Partner.
Die behandelten Inhalte sind nach dem Kernlehrplan Mathematik und dem Kernlehrplan Physik relevant. Die Zuordnungen und proportionalen Zuordnungen, sowie die neu eingeführten antiproportionalen Zuordnungen sind der inhaltsbezogenen Kompetenz Funktionen zuzuordnen. Das Identifizieren und Anwenden der proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen wird im Kernlehrplan Mathematik explizit aufgeführt. Die Kräfte und die Gewichtskraft, sowie der Hebel und das Hebelgesetz sind dem Inhaltsfeld Kraft, Druck, mechanische und innere Energie und dem fachlichen Kontext Werkzeuge und Maschinen erleichtern die Arbeit zuzuordnen. Damit sind die in der Lerngelegenheit behandelten Inhalte sowohl nach dem Kernlehrplan Mathematik, als auch nach dem Kernlehrplan Physik relevant. Es bestehen für die Fachlehrer Mathematik und für die Fachlehrer Physik Möglichkeiten, um an die Lerngelegenheit anzuknüpfen. Dadurch wird die Lerngelegenheit in den „normalen“ Fachunterricht integriert und erhält eine Bedeutung für diesen. Für die Mathematik bieten sich beispielsweise folgende Anknüpfungspunkte: Der Dreisatz bei antiproportionalen Zuordnungen ist eine Möglichkeit, um an die erworbenen Kenntnisse über die antiproportionalen Zuordnungen anzuknüpfen. Die in Komponente (g) definierten antiproportionalen Zuordnungen finden in Komponente (h) erste Anwendungen, eine Vertiefung durch weitere Anwendungen ist notwendig. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass die vielseitige Anwendung der antiproportionalen Zuordnungen verdeutlicht wird. Auch ist darauf zu achten, dass die Gültigkeit der antiproportionalen Zuordnungen losgelöst von jeglichem Kontext noch einmal herausgestellt wird. Für die Physik bestehen ebenfalls Möglichkeiten, um im Fachunterricht an die Lerngele-

genheit anzuknüpfen. In Komponente (i) finden der Hebel und das Hebelgesetz erste Anwendungen. Weitere Anwendungen des Hebels und des Hebelgesetzes sollten durch den Fachunterricht aufgezeigt werden, da das Prinzip des Hebels und das Hebelgesetz vielseitig auftreten und dies den Schülern verdeutlicht werden sollte. Auf Grundlage von Hebel und Hebelgesetz, die in Komponente (e) gesichert wurden, kann im Fachunterricht das Drehmoment eingeführt werden. Mit dem Begriff des Drehmomentes kann das Hebelgesetz neu formuliert werden. Eine komplexere Anwendung des Hebels ist das Wellrad und bietet einen weiteren Anknüpfungspunkt für den Fachunterricht Physik. Es bestehen Schnittstellen von Mathematik und Physik in Bezug auf das oben genannte gemeinsame Thema. Zu erkennen ist dies beispielsweise bei den in Komponente (d) beschriebenen Versuchen zu einseitigen und zweiseitigen Hebeln. Beim Erstellen und Auswerten der Wertetabellen greifen Mathematik und Physik ineinander über und sind nicht klar voneinander zu trennen. Das Aufstellen des Hebelgesetzes in formal symbolischer Schreibweise, Komponente (e), beinhaltet auch die Mathematik. Die Struktur des Hebelgesetzes entspricht der algebraischen Darstellung der antiproportionalen Zuordnungen in Komponente (g). Hier liegt eine weitere Schnittstelle von Mathematik und Physik vor. Die in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Komponenten bieten Möglichkeiten um die Fachgrenzen bewusst zu überschreiten. Die Grenzen von Mathematik und Physik können in dieser Lerngelegenheit aufgezeigt werden. Die Mathematik benötigt die Physik beispielsweise für eine authentische Anwendung der antiproportionalen Zuordnungen. Die Interpretation der Mathematik im Kontext (Hebel und Hebelgesetz) ist ohne das Wissen der Physik nicht möglich. Die Physik benötigt die Mathematik beispielsweise um die Struktur der Wertetabellen in Komponente (d) strukturiert darzustellen. Dies zeigt die jeweiligen Grenzen der beiden Fächer auf und die Notwendigkeit der Grenzüberschreitung. Anhand der reflektierenden Fragen bezüglich der Verbindung der beiden Fächer, Komponente (j), sollen den Schülern die Grenzen und Vorteile der jeweiligen Fächer, sowie die der Verbindung bewusst werden. Dabei sollte von den Lehrern darauf geachtet werden, dass es nicht immer möglich und sinnvoll ist streng zwischen Mathematik und Physik zu trennen, sondern die Grenzen oft ineinander übergehen. Die Lerngelegenheit ist so konzipiert, dass Mathematik und Physik nicht einfach nur nebeneinander her laufen können, wie bereits beschrieben sind die Fächer in vielen Phasen miteinander verflochten. Die ist besonders in den oben beschriebenen Schnittstellen von Mathematik und Physik zu erkennen. Die Verbindung der einzelnen Beiträge und Komponenten kann nicht allein durch die entwickelten Komponenten gewährleistet werden, sondern muss durch die Lehrer umgesetzt werden Die Lerngelegenheit enthält auch Phasen, die nebeneinander stattfin-

den können. Diese Phasen sind beispielsweise die Anwendung der antiproportionalen Zuordnungen, Komponente (h) und die Anwendungen von Hebel und Hebelgesetz in Komponente (i). Diese Phasen sollten durch die Lehrer ebenfalls verbunden werden. Daher ist die Lerngelegenheit für eine integrative Verbindung geeignet. Die Verbindung von Mathematik und Physik führt zu einer Bereicherung der Mathematik. Der Hebel und das Hebelgesetz bieten den antiproportionalen Zuordnungen eine authentische Anwendung. Dadurch erhält der Begriff der antiproportionalen Zuordnungen zusätzlichen Inhalt und kann so für einige Schüler zugänglicher sein. Die Versuche zu Hebel und Hebelgesetz gestalten da Thema handlungsorientierter. Dadurch entstehen mehrere Zugangsmöglichkeiten zu den antiproportionalen Zuordnungen, dies ist auch im Sinne der Heterogenität. Eine Bereicherung für die Physik wird durch die Lerngelegenheit geboten. Die Mathematik ermöglicht eine strukturierte Darstellung der Wertetabellen zu den Versuchen, sowie des Hebelgesetzes. Durch die Auseinandersetzung mit den mathematischen Strukturen können Schüler diese Strukturen in anderen physikalischen Zusammenhängen leichter wieder erkennen.
Damit sind alle Voraussetzungen für eine fächerverbindende Lerngelegenheit von Mathematik und Physik erfüllt.
Die Lerngelegenheit bietet fachliche Tiefe bezüglich der Mathematik. Das nötige mathematische Vorwissen der Schüler wird in Komponente (f) wiederholt, dabei wird die fachliche Korrektheit gewährleistet. Die Definition und Sicherung der antiproportionalen Zuordnungen in Komponente (g) bieten die entsprechende fachliche Korrektheit und Tiefe. Eine notwendige Vertiefung erhalten die antiproportionalen Zuordnungen durch die Anwendungsaufgaben in Komponente (h). Da diese nicht nur an den Kontext von Hebel und Hebelgesetz gebunden sind, sondern vielseitig anwendbar sind, dies soll den Schülern bewusst werden. Die Gültigkeit der antiproportionalen Zuordnungen losgelöst von jeglichem Kontext kann den Schülern ebenfalls bewusst werden. Das Aufgeführte gewährleistet fachliche Tiefe und Korrektheit bezüglich der Mathematik. Entsprechende Komponenten bieten dies für die Physik. Das nötige Vorwissen der Schüler wird in Komponente (b) in fachlicher Korrektheit wiederholt. Die neu eingeführten Begriffe und das Hebelgesetz werden in Komponente (e) definiert und gesichert, dabei wird die fachliche Korrektheit gewährleistet. Die Anwendungsaufgaben in Komponente (i) ermöglichen eine Vertiefung. Es ist darauf zu achten, dass die Mathematik die Physik nicht dominiert. Daher wurden bewusst auch Aufgaben ohne Rechnungen gewählt. Eine Förderung des Eigenverständnisses der Fächer Mathematik und Physik kann durch die integrative Verbindung der Lerngelegenheit gegeben werden. Mathematik und Physik gehen ineinander über und helfen sich gegenseitig,

wenn ein Fach alleine nicht mehr weiter kommt. Dies wurde bei den Grenzen der Fächer bereits thematisiert. Es verdeutlicht die gegenseitige Bedeutung der Fächer füreinander. Aus Sicht der Mathematik bietet die Physik notwendige authentische Anwendungen (Hebel und Hebelgesetz) und mit Hilfe des physikalischen Verständnisses kann die Mathematik auf ihre „Praxisfähigkeit" geprüft werden. Die antiproportionalen Zuordnungen werden hinsichtlich des Hebelgesetzes beurteilt. Aus Sicht der Physik bietet die Mathematik die Fähigkeit zum Abstrahieren und Strukturieren. Damit die Mathematik genutzt werden kann, müssen die physikalischen Phänomene jedoch idealisiert werden. Bei der Auswertung der Wertetabellen in Komponente (d) wird sehr wahrscheinlich keine genaue Übereinstimmung der Produkte vorliegen, das Resultat aus der Auswertung muss daher idealisiert werden. In Komponente (k) werden anhand der Fragen die Bedeutung der Fächer füreinander und die Notwendigkeit der Verbindung noch einmal thematisiert. Dies alles führt zu einem besseren Eigenverständnis der Fächer. Die Lerngelegenheit fordert und fördert prozessbezogene Kompetenzen von Mathematik und Physik. Hierauf wird im Folgenden beispielhaft eingegangen. Die prozessbezogenen Kompetenzen des Problemlösens und Modellierens werden weiter unten aufgeführt. Die prozessbezogenen Kompetenzen Argumentieren/Kommunizieren (Mathematik) und Kommunikation (Physik) werden mehrfach gefordert und gefördert. Die Schüler müssen die Informationen aus den Texten, Komponenten (b) und (f), im weiteren Verlauf anwenden und umsetzen. Das Formulieren und Rechtfertigen der Hypothesen, Komponente (a) und der Beobachtungen, Komponente (d), fordert und fördert diese Kompetenzen ebenfalls. Bei der Beantwortung der Fragen in Komponente (j) wird das Argumentieren und Kommunizieren ebenfalls angesprochen. Die Schüler müssen ihre Einschätzungen in eigene Worte fassen und begründet vortragen. Das Mathematisieren der Erkenntnisse aus den Versuchen schult die Kompetenz der Erkenntnisgewinnung (Physik). Das Durchführen der Versuche und entsprechende Protokollieren fordern und fördern ebenfalls die prozessbezogene Kompetenz der Erkenntnisgewinnung. Das Gesamte Vorgehen der Lerngelegenheit schult die Handlungsfähigkeit der Schüler. Die Schüler müssen nicht direkt ein Problem selbst lösen, aber durch das bewusste Verbinden von Mathematik und Physik sowie das Erkennen des bestehenden Nutzens dieser Verbindung, wird die Handlungsfähigkeit geschult. Die Schüler lernen, dass sie durch Abstraktion und Idealisierung Probleme mit Hilfe der Mathematik lösen können, aber immer auch eine Betrachtung im Kontext notwendig ist. Aus denselben Gründen trägt die Lerngelegenheit zur Lebensvorbereitung der Schüler bei. Mittels der Versuche in Komponente (a) und (d) ist die Lerngelegenheit anwendungsorientiert gestaltet. Eine authentische Anwendung der antiproportionalen Zuordnungen wird durch Hebel und Hebelgesetz geboten. Durch die Thematisierung von Hebel und Hebelgesetz liegt keine eingekleidete Pseudo-Anwendung vor, sondern eine authentische Anwendung. Die prozessbezogene Kompetenz des Modellierens (Mathematik) wird hier ebenfalls gefordert und gefördert. Die Realsituation des Hebels und Hebelgesetzes wird in das mathematische Modell der antiproportionalen Zuordnungen übersetzt. Dazu wird die Realsituation abstrahiert und idealisiert. Dabei werden die Erkenntnisse immer auch im Kontext interpretiert. Da in der Lerngelegenheit Anwendungsaufgaben und keine Problemlöseaufgaben gestellt werden wird die prozessbezogene Kompetenz des Problemlösens (Mathematik) indirekt gefördert. Inner- und außermathematische Probleme zu erfassen ist Bestandteil der Problemlösefähigkeit. Die in den Versuchen zu den Hebeln steckende Struktur muss mit Hilfe von bekanntem Wissen (Mathematik) erkannt werden. Dabei sollen die Erkenntnisse und Lösungen, sowie die Wege kritisch hinterfragt werden. In der Lerngelegenheit haben die Schüler die Möglichkeit mit vielen Sinnen zu lernen. Durch die Sichtweisen von Seiten der Mathematik und von Seiten der Physik wird das Thema ausführlicher beleuchtet und den Schülern werden von zwei Fächern Zugangsweisen geboten. Daher wird durch die Lerngelegenheit ganzheitliches Lernen gefordert und gefördert sowie anschlussfähiges Wissen und vernetzte Denkstrukturen, da über die jeweiligen Fachgrenzen hinausgedacht wird. Das Erlernte ist immer an den jeweiligen Kontext gebunden, die antiproportionalen Zuordnungen sind zunächst mit dem Hebel und dem Hebelgesetz verbunden. Daher ist es wichtig, dass das erworbene Wissen mit weiteren Wissenskontexten verknüpft wird. Durch die Komponenten (b) und (e) wird dieses mit weiterem physikalischem Wissen verknüpft. Zu weiteren Kontexten werden durch die Komponente (h) erste Verknüpfungen gebildet. Zudem werden die antiproportionalen Zuordnungen als allgemeingültig und losgelöst von jeglichem Kontext vermittelt, dies ist in Komponente (g) dargestellt. Die so gebildeten Verknüpfungen müssen durch den jeweiligen Fachunterricht Mathematik und Physik weiter ausgebaut und vertieft werden. Durch die Lerngelegenheit an sich wird eine Verknüpfung von Mathematik und Physik hergestellt. Die verschiedenen Anwendungen in unterschiedlichen Kontexten verdeutlichen, dass die antiproportionalen Zuordnungen vielseitig anwendbar sind und nicht an einen speziellen Kontext gebunden sind. Es ist wichtig, darauf zu achten, dass verdeutlicht wird, dass die antiproportionalen Zuordnungen auch ohne Kontextbezug bestehen und dadurch wieder auf unterschiedlichste Kontexte anwendbar werden. Hier muss der Fachunterricht unterstützend mitwirken. Damit wird das mathematische Wissen flexibel einsetzbar. Das wechselseitige Übersetzen von Mathematik und Physik wird in dieser Lerngelegenheit ebenfalls geübt. In der gesamten Lerngelegenheit sollte ständig die mathematische und physikalische Sichtweise beachtet werden, dazu muss zwischen diesen übersetzt werden. Im Ganzen kann gesagt werden, dass die entwickelte Lerngelegenheit als fächerverbindende Lerngelegenheit von Mathematik und Physik geeignet ist. Wie das gebotene Potential genutzt werden kann hängt von einigen Faktoren ab, wie beispielsweise Lehrer, Lerngruppe und zur Verfügung stehender Zeit.

Literaturverzeichnis

Aufschnaiter, C. v., Hofmann, J. (2014): Kompetenzen und Wissen. Wechselseitige Zusammenhänge und Konsequenzen für die Unterrichtsplanung. In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU), 67/1, S. 10-16.

Beckmann, A. (2003a): Fächerübergreifender Mathematikunterricht. Teil 1: Ein Modell, Ziele und fachspezifische Diskussion. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Beckmann, A. (2003b): Fächerübergreifender Mathematikunterricht. Teil 2: Mathematikunterricht in Kooperation mit dem Fach Physik. Hildesheim, Berlin: Franzbecker

BLK (Hrsg.)(1997): Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. Materialien zur Bildungsplanung und zur Forschungsförderung, Heft 60, Bonn.

Duncker, L., Popp, W. (1998): Formen fächerübergreifenden Unterrichts auf der Sekundarstufe – eine Einleitung. In: Duncker, L., Popp, W. (Hrsg.) (1998): Fächerübergreifender Unterricht in der Sekundarstufe I und II. Prinzipien, Perspektiven, Beispiele. Bad Heilbrunn/Obb: Klinkhardt, S. 7-17.

Dorn Bader Physik. Gymnasium Sek I. (2001). Hannover: Schroedel

Igl, J. (1995): Vorüberlegungen zum fachübergreifenden und fächerverbindenden Mathematikunterricht. In: Igl, J. (Hg.) (1995): Fächerübergreifendes Arbeiten im Mathematikunterricht. Rheinfelden: Schäuble

Impulse Physik 1 Schülerband (1993). Stuttgart: Ernst-Klett

KLP (2007): Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8) in Nordrhein – Westfalen. Mathematik. Frechen: Ritterbach.

KLP (2008): Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I in Nordrhein – Westfalen. Physik. Frechen: Ritterbach.

KMK (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss. München: Luchterhand.

KMK (2005): Bildungsstandards im Fach Physik für den mittleren Schulabschluss. München: Luchterhand.

Lambacher Schweizer 9. Schuljahr (Nordrhein-Westfalen). (1996). 2. Auflage. Stuttgarrt: Ernst-Klett.

LISUM Bbg. (2003): Über das Fach hinaus – fachübergreifender, fächerverbindender Unterricht und die Übergreifenden Themenkomplexe (ÜTK). Materialien zur Rahmenlehrplanimplementation. Ludwigsfelde: Landesinstitut für Schule und Medien Brandenburg.

Münnix, N. (1999): Zum Profil des Gymnasiums. In: Münnix, N., Warthmann, D. (Hrsg.) (1999): Fächer und fächerübergreifender Unterricht des Gymnasiums in der Sekundarstufe I. Band 1 Naturwissenschaften. Heinsberg: Dieck, S. 8-40.

Peterßen, W.H. (2000): Fächerverbindender Unterricht. Begriff-Konzept-Planung-Beispiele. München: Oldenburg.

Uhden, O. (2012): Mathematisches Denken im Physikunterricht. Theorieentwicklung und Problemanalyse. In: Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 133. Berlin: Logos.

Wagenschein, M. (1971): Die pädagogische Dimension der Physik. 3. Erg. Auflage. Braunschweig: Westermann.

Zell, S. (2010): Fächerübergreifende Elemente im Mathematikunterricht zur Förderung von mathematical literacy – Untersuchungen zur Bedeutung naturwissenschaftlicher Kontexte unter besonderer Berücksichtigung physikalischer Experimente zum Variablenbegriff. Hildesheim: Franzbecker

Checkliste für fächerverbindende Lerngelegenheiten Mathematik und Physik

Lerngelegenheit:____

Die Lerngelegenheit kann basierend auf der Checkliste auf ihre Tauglichkeit für fächerverbindende Vorhaben geprüft werden. Dabei ist zu beachten, dass die Checkliste nur als Grundlage dient. Zur detaillierten Beurteilung einer Lerngelegenheit muss sich mit den einzelnen Punkten näher auseinandergesetzt werden.
Da die Voraussetzungen die Grundlage für sinnvolles fächerverbindendes Arbeiten sind, müssen alle mit „zu“ beantwortet sein.

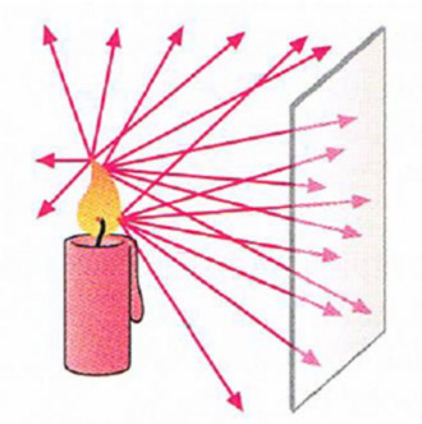
Trifft bei der untersuchten Lerngelegenheit	Zu	Nicht zu	Bemerkungen
Voraussetzungen			
Es sind die Fächer Mathematik und Physik beteiligt.			
Es liegt ein gemeinsames Thema vor.			
Die Fächer sind gleichberechtigte Partner.			
Die Inhalte sind relevant nach dem Kernlehrplan Mathematik.			
Die Inhalte sind relevant nach dem Kernlehrplan Physik.			
Der Fachunterricht Mathematik kann an die Lerngelegenheit anknüpfen.			
Der Fachunterricht Physik kann an die Lerngelegenheit anknüpfen.			
Schnittstellen der Fächer in Bezug auf das gemeinsame Thema sind vorhanden.			
Die Fachgrenzen werden bewusst überschritten.			
Die Lerngelegenheit ist für eine integrative Verbindung geeignet.			
Bereicherung für das Fach Mathematik.			
Bereicherung für das Fach Physik.			
Die Lerngelegenheit bietet Potential für…			
...die beteiligten Fächer.			
Fachliche Tiefe Mathematik			
Fachliche Tiefe Physik			
Eigenverständnis von Mathematik			
Eigenverständnis von Physik			
Prozessbezogene Kompetenzen Mathematik			
Prozessbezogene Kompetenzen Physik			
…eine zielgerichtete Förderung.			
Handlungsfähigkeit			
Anwendungsorientierung und Lebensvorbereitung			
Authentische Anwendungen / Modellierung			
Problemlösefähigkeit			
Ganzheitliches Lernen			
Anschlussfähiges Wissen und vernetzte Denkstrukturen			
Flexibles mathematisches Wissen			
Wechselseitiges Übersetzen von Mathematik und Physik			

Die Lochkamera 1
Name:____

Die Lochkamera

Stellen wir einen leuchtenden oder beleuchteten Gegenstand vor einen Schirm so sehen wir einen erleuchteten Schirm.

Was ist passiert?



Erklärung:

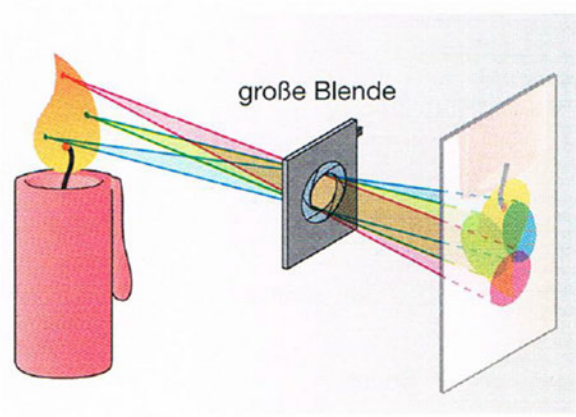
Von jedem Punkt des Gegenstandes gelangt Licht auf jeden Punkt des Schirms.

i

Abb.1 Gegenstand und Schirm

Jetzt setzen wir eine Lochblende zwischen Gegenstand und Schirm. Durch das Loch gelangt das Licht eines bestimmten Punktes des Gegenstandes nur auf eine Stelle des Schirms und erzeugt dort einen Lichtfleck.
Mit Hilfe einer Lochblende können wir ein Bild des Gegenstandes auf dem Schirm erzeugen.

Durch das Loch gelangt das Licht eines bestimmten Punktes des Gegenstandes nur auf eine Stelle des Schirms und erzeugt dort einen Lichtfleck.



Das Bild des Gegenstandes entsteht durch viele kleine Lichtflecke. Das so erzeugte Bild auf dem Schirm ist jedoch unscharf, da die Lichtflecken nicht punktförmig sind.

ii

Abb.2 Unscharfes Bild

Die Lochkamera 1
Name:______________________________

Nutzt man ein kleineres Loch, so wird das Bild schärfer, da die Lichtflecken kleiner werden. Aber das Bild wird bedingt durch das kleinere Loch auch dunkler.

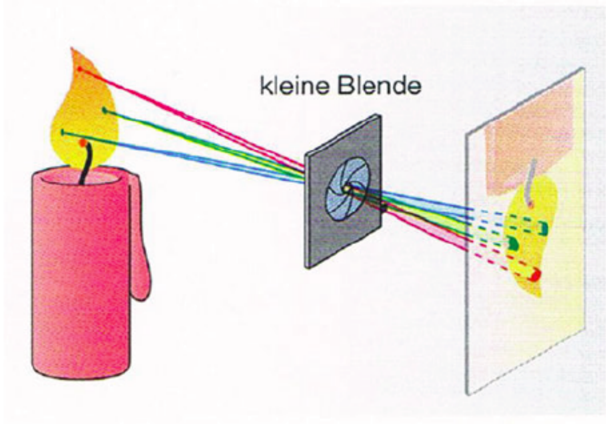


Abb. 3 Schärferes Bild [iii]

Bei einem kleinen Loch ist das Lichtbündel, das auf den Schirm trifft annähernd punktförmig. Deshalb sprechen wir hier von einem Lichtstrahl und diese Idealisierung nehmen wir für die weitere Betrachtung an.

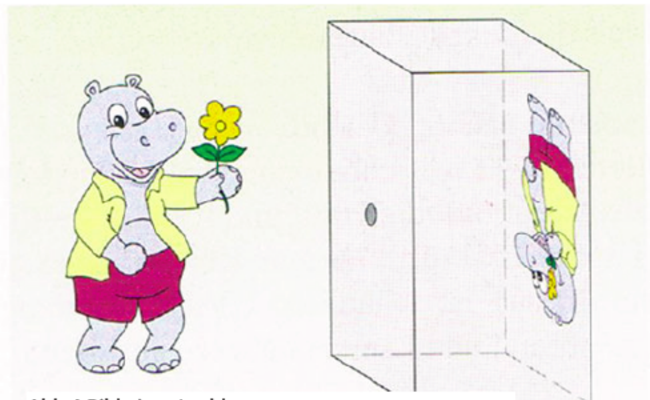


Abb.4 Bild einer Lochkamera

Das auf dem Schirm zu sehende Bild steht auf dem Kopf und ist seitenverkehrt, da sich die Lichtstrahlen in dem Loch kreuzen. [iv]

Die Lochkamera ist die einfachste Form des Fotoapparates und wurde bereits im 11. Jahrhundert von Ibn – Al- Haitham, einem arabischen Physiker, entdeckt. Die unscharfen Bilder und relativ lange Belichtungszeit sind jedoch Nachteile dieser Form des Fotoapparates. Der Schirm der Lochkamera muss abgedunkelt sein, da sonst kein Bild zu erkennen ist und auch kein Bild auf Fotopapier entstehen kann.

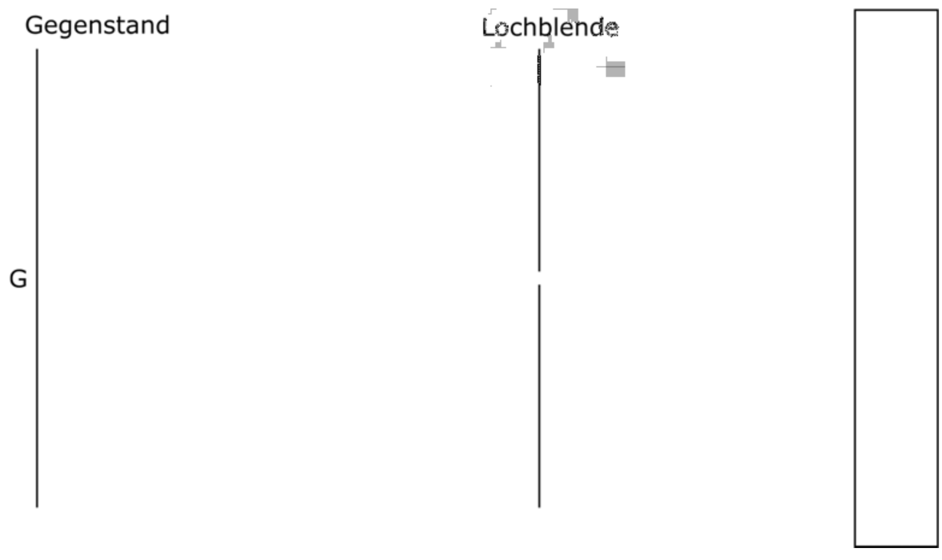
[i,i,i] Die Bilder sind aus dem Schulbuch Impulse Physik, S. 12-13, entnommen.

[iv] Das Bild ist aus dem Schulbuch Dorn Bader Physik, S. 32, entnommen.

Schritt 1

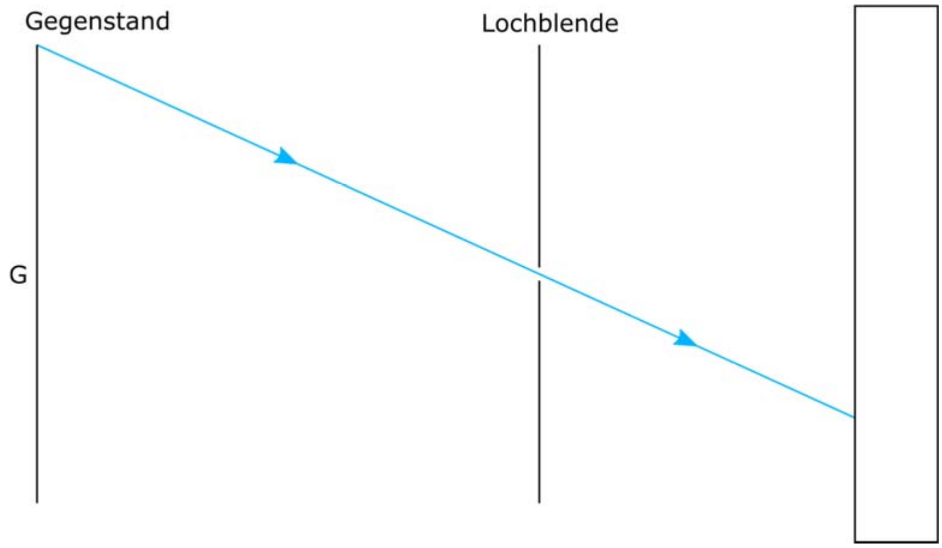
Am Anfang befinden sich nur der abzubildende Gegenstand, sowie der Schirm auf der Tafel.
Zur besseren Darstellung wird der Gegenstand durch einen Strich dargestellt.

Schritt 2



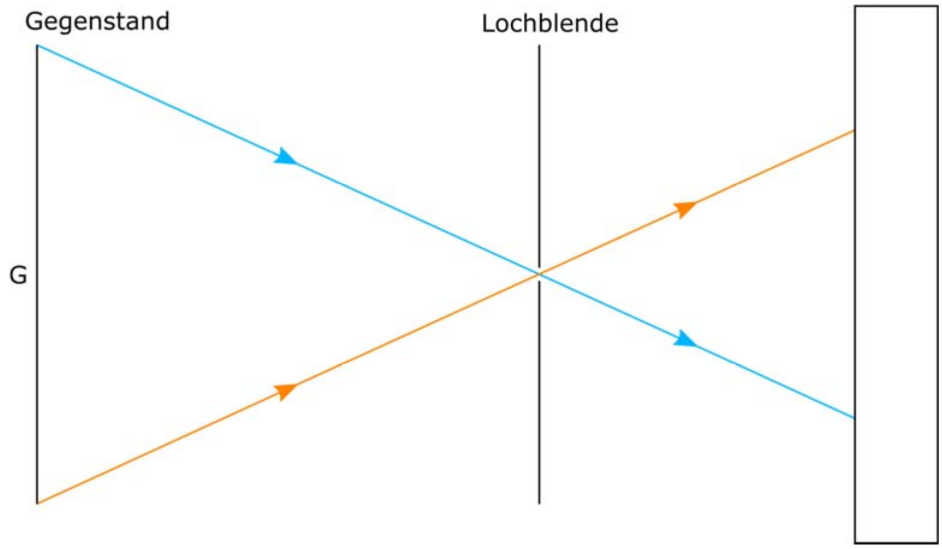
In diesem Schritt wird die Lochblende eingezeichnet. Es ist darauf zu achten, dass sich das Loch der Lochblende auf Höhe der Gegenstandsmitte befindet und möglichste klein ist.

Schritt 3



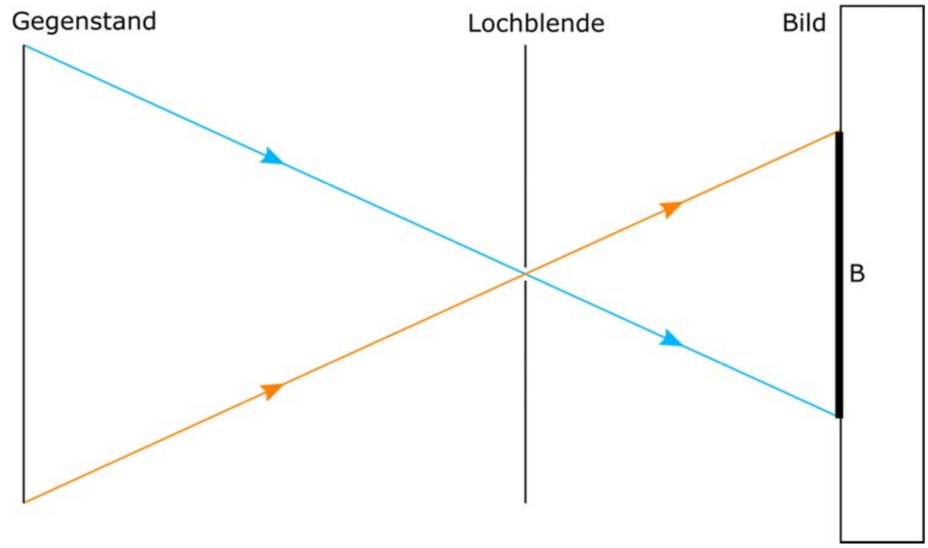
Der erste Lichtstrahl wird von der Spitze des Gegenstandes ausgehend eingezeichnet. In diesem Schritt noch einmal darauf eingehen, dass Licht sich geradlinig ausbreitet und wir von dem idealisierten Lichtstrahl ausgehen.

Schritt 4



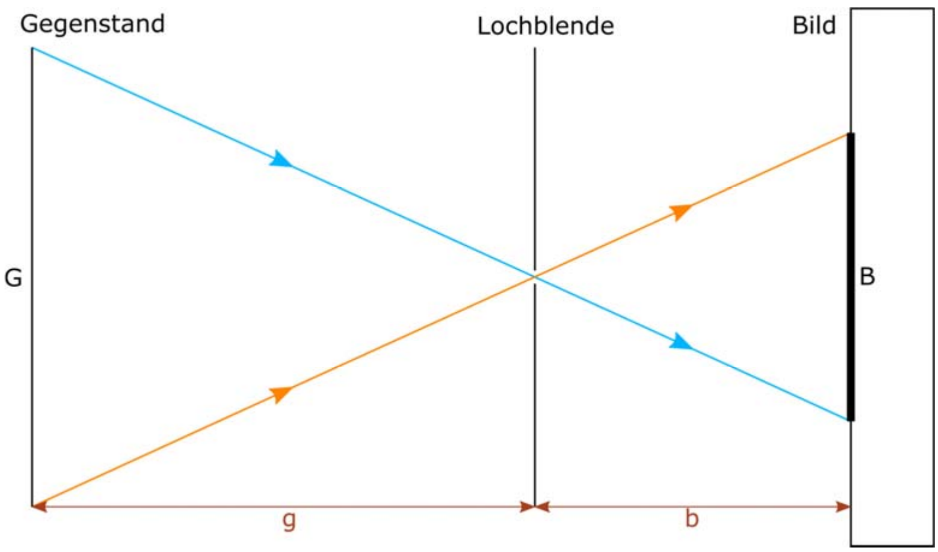
Einzeichnen des zweiten Lichtstrahl vom Boden des Gegenstandes ausgehend. Hier ist darauf einzugehen, dass sich die beiden Lichtstrahlen im Loch schneiden und welche Bedeutung dies hat.

Schritt 5



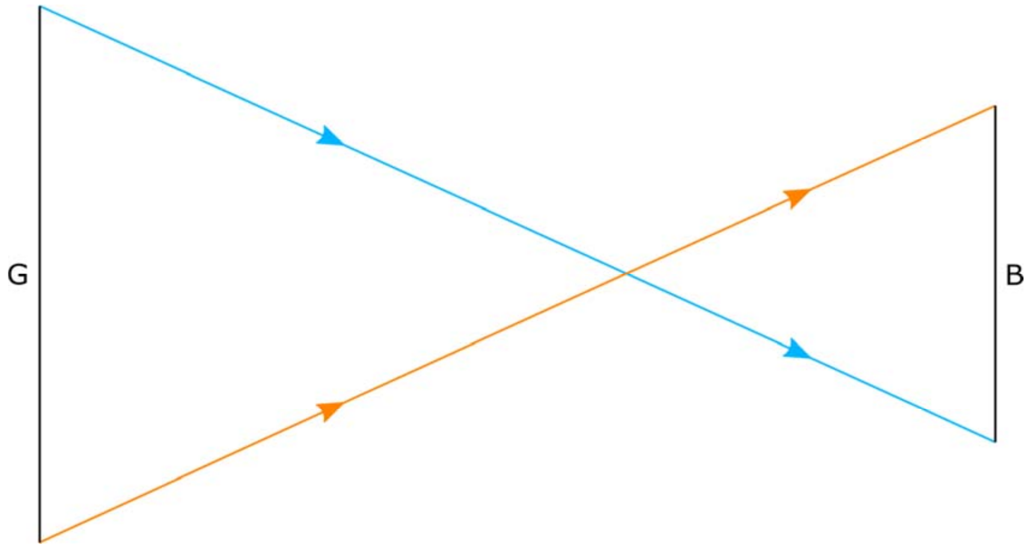
Das entstandene Bild wird auf dem Schirm eingezeichnet. In Schritt 5 ist noch einmal zu thematisieren, dass das Bild auf dem Kopf steht und seitenverkehrt ist.

Schritt 6



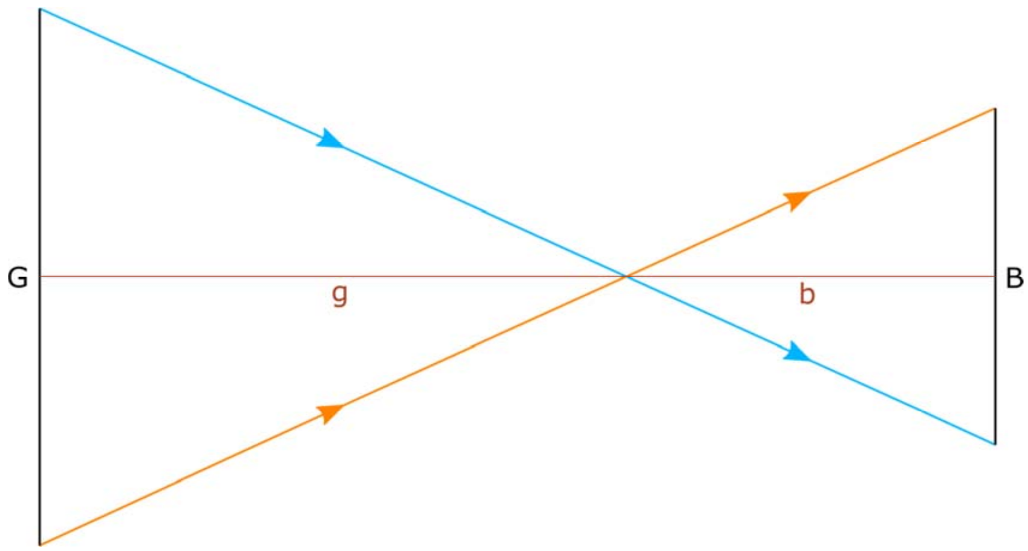
Einzeichnen der Gegenstandsweite g und der Bildweite b. Hier sollte auf die Bedeutung von Gegenstandsweite und Bildweite eingegangen werden. Damit ist die Skizze zur Bildentstehung fertig.

Schritt 7



Es soll der Zusammenhang von Gegenstand G, Bild B, Gegenstandsweite g und Bildweite b hergestellt werden.
Zur Herleitung des Zusammenhanges wird eine reduzierte Skizze betrachtet, die nur noch die notwendigen Elemente enthält.

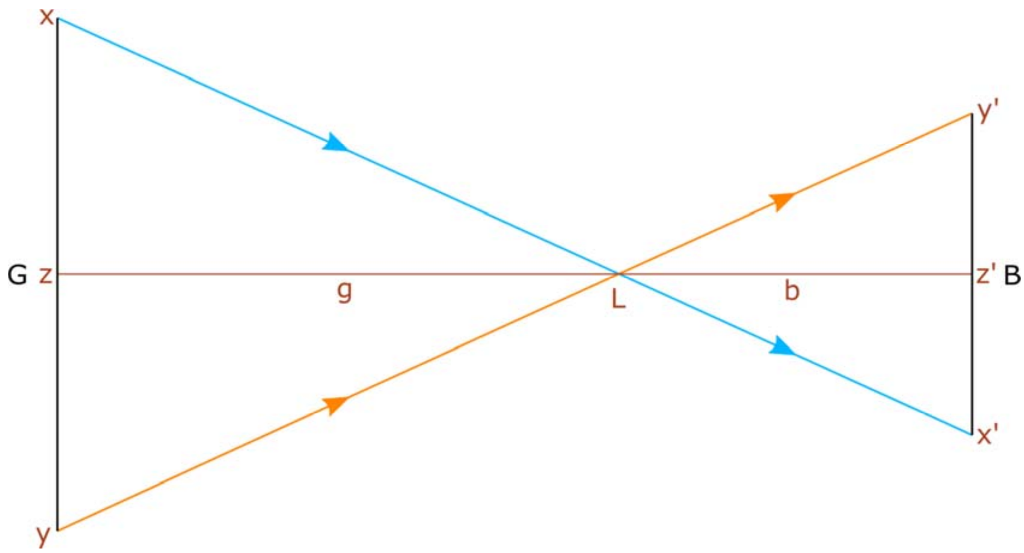
Schritt 8



Der Lichtstrahl, ausgehend vom Mittelpunkt des Gegenstandes zum Mittelpunkt des Bildes, wird eingezeichnet.
An diesem Strahl werden Gegenstandsweite g und Bildweite b aufgetragen.

X

Schritt 9



Damit das weitere Vorgehen nachvollziehbarer ist werden die Punkte mit X, X', Y, Y', Z, Z', L beschriftet.

Schritt 10

Die Skizze an der Tafel ändert sich von Schritt 9 zu Schritt 10 nicht.

Im Folgenden werden die Dreiecke $\Delta\, LXZ$ und $\Delta\, LX'Z'$ betrachtet.

Mögliche Auffälligkeiten zu den Dreiecken $\Delta\, LXZ$ und $\Delta\, LX'Z'$:

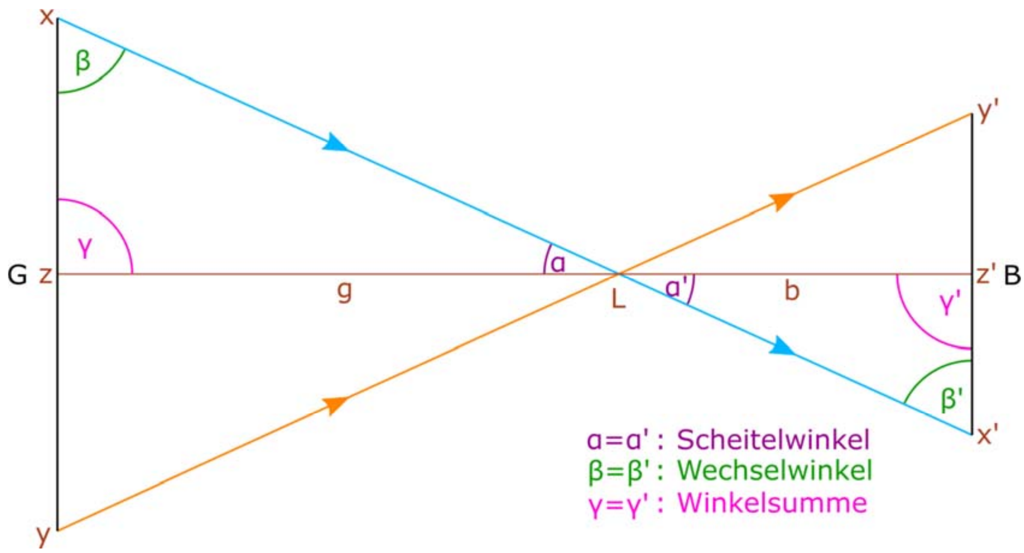
- Die Dreiecke $\Delta\, LXZ$ und $\Delta\, LX'Z'$ sind ähnliche Dreiecke.

Mögliche Auffälligkeiten zu den weiteren Dreiecken in der Figur an der Tafel:

- Das Dreieck $\Delta\, LXY$ ist gleichschenklig, mit $\overline{XZ} = \overline{ZY}$.
- Das Dreieck $\Delta\, LX'Y'$ ist gleichschenklig. mit $\overline{Y'Z'} = \overline{Z'X'}$
- Die Dreiecke $\Delta\, LZX$ und $\Delta\, LYZ$ sind kongruent.
- Die Dreiecke $\Delta\, LX'Z'$ und $\Delta\, LZ'Y'$ sind kongruent.

Am Ende dieses Schrittes sollte die Vermutung bestehen, dass $\Delta\, LXZ$ und $\Delta\, LX'Z'$ ähnliche Dreiecke sind.
Hier nach sollte ein Einschub zu ähnlichen Dreiecken erfolgen.

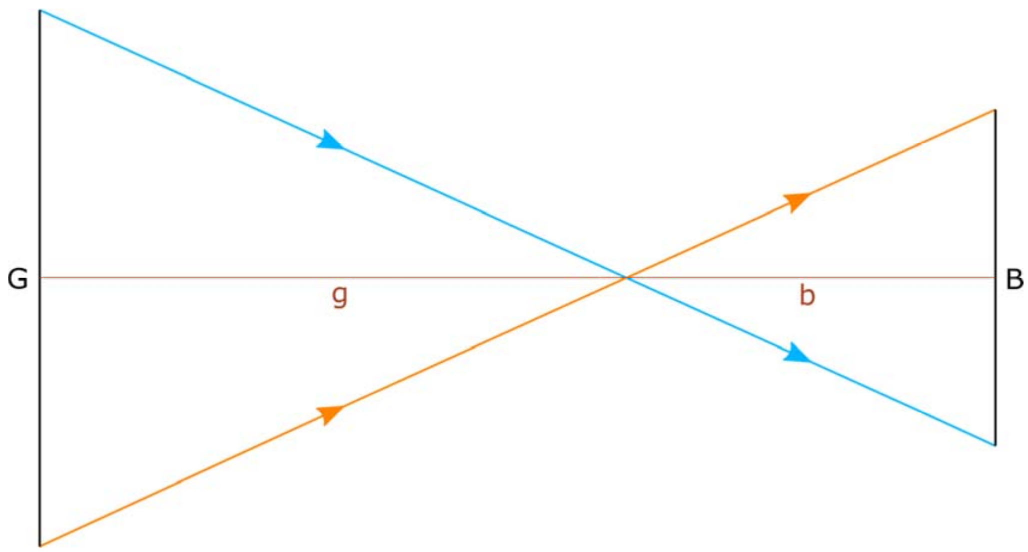
Schritt 11



Mit Hilfe der Winkelpaare wird gezeigt, dass die Dreiecke $\Delta\, LXZ$ und $\Delta\, LX'Z'$ in den entsprechenden Winkeln übereinstimmen und damit ähnliche Dreiecke sind. Aufgrund dessen stimmen die entsprechenden Seitenverhältnisse überein und damit gilt: $\frac{\frac{G}{2}}{g} = \frac{\frac{B}{2}}{b}$

Tafelbild:
Bildentstehung bei der Lochkamera und
Herleitung Abbildungsgesetz und zweiter Strahlensatz

Schritt 12



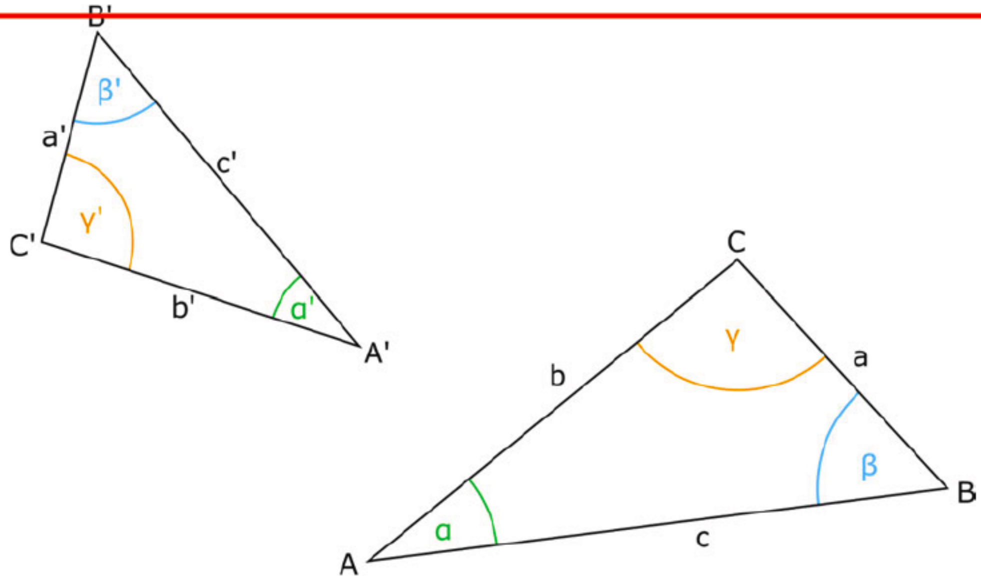
Die Skizze zur Sicherung sollte ohne eingezeichnete Winkel und beschriftete Punkte sein.

Wiederholung ähnliche Dreiecke und Winkelpaare
Name:____

Ähnlichkeitssätze für Dreiecke

(1) Zwei Dreiecke ABC und A'B'C' sind zueinander ähnlich, wenn die entsprechenden **Winkel** übereinstimmen.

(2) Wenn zwei Dreiecke ABC und A'B'C' zueinander ähnlich sind, dann stimmen die entsprechenden **Seitenverhältnisse** überein.

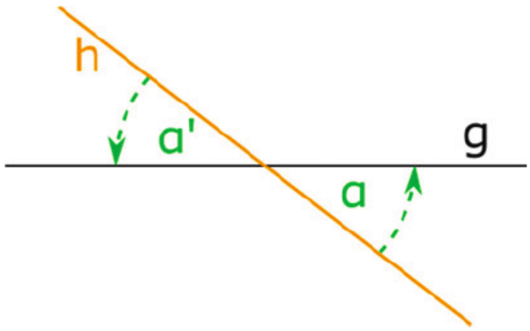


Winkelpaare

Scheitelwinkel

Die je zwei benachbarten Winkel bei zwei sich schneidenden Geraden (g und h) heißen Scheitelwinkel. Die Scheitelwinkel sind gleich groß.

Daher gilt hier: $\alpha = \alpha'$

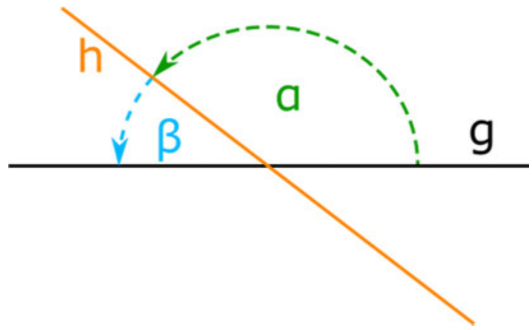


Wiederholung ähnliche Dreiecke und Winkelpaare
Name:____

Nebenwinkel

Die je zwei benachbarten Winkel von zwei sich schneidenden Geraden (g und h) heißen Nebenwinkel und ergeben zusammen $180°$.

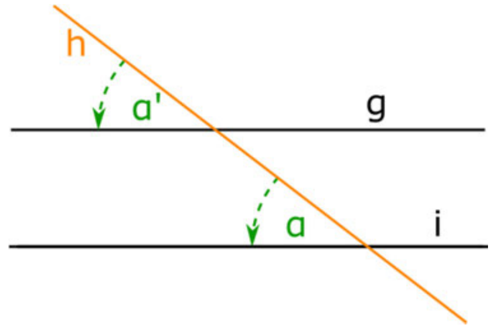
Daher gilt hier: $\alpha + \beta = 180°$



Stufenwinkel

Wird eine Gerade (h)von zwei zueinander parallelen Geraden (g, i) zweimal geschnitten, so heißen die Winkel mit der gleichen Lage zu h und g bzw. zu h und i Stufenwinkel. Stufenwinkel sind gleich groß.

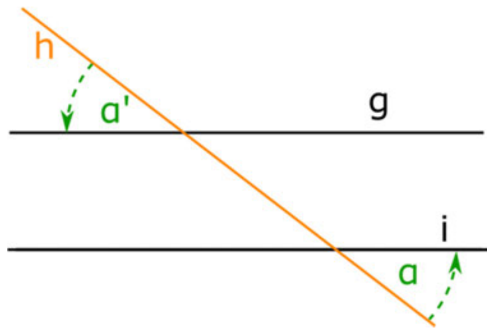
Daher gilt hier: $\alpha = \alpha'$



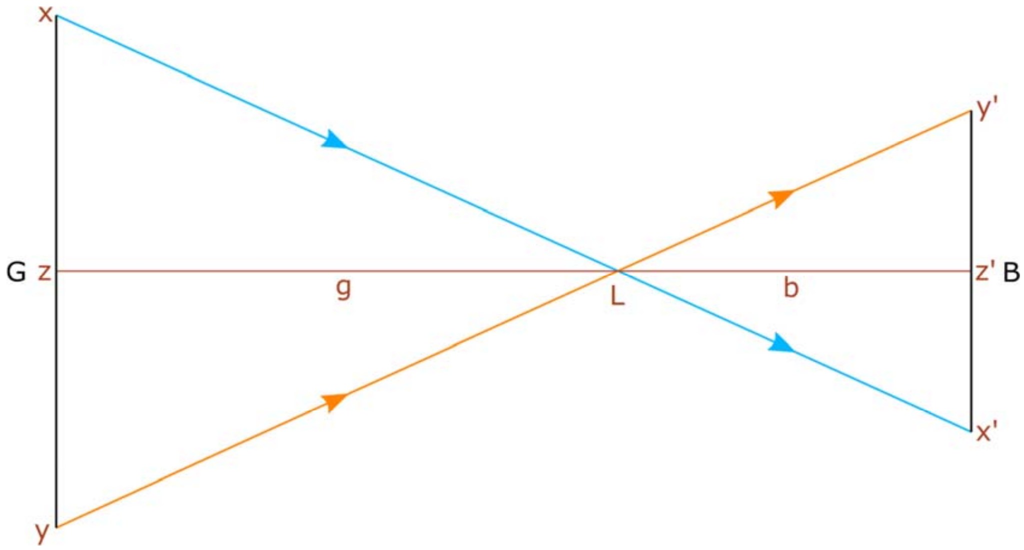
Wechselwinkel

Wird eine Gerade (h) von zwei zueinander parallelen Geraden (g, i) zweimal geschnitten, so bezeichnet man einen Scheitelwinkel zum Stufenwinkel als Wechselwinkel. Wechselwinkel sind gleich groß,

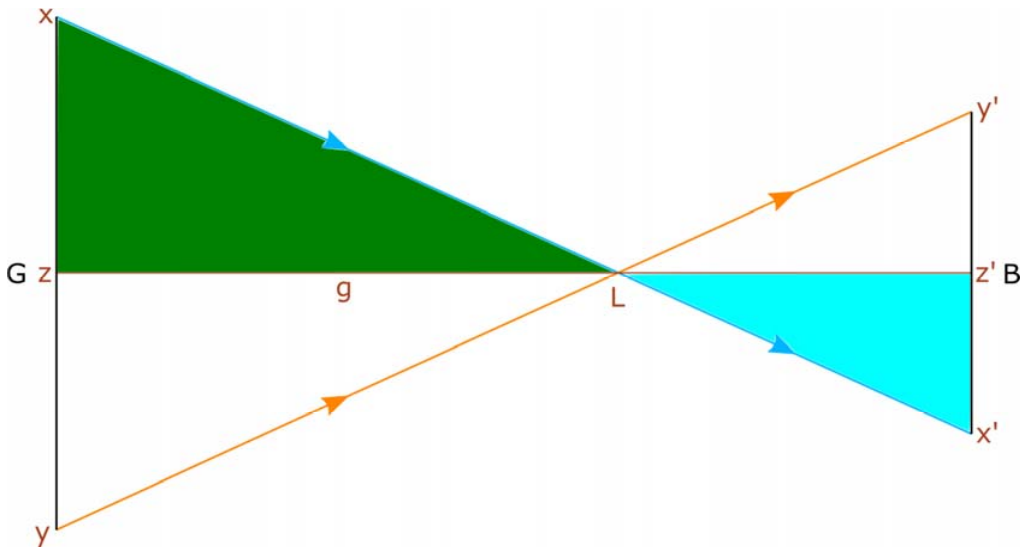
Daher gilt hier: $\alpha = \alpha'$



Schritt 1

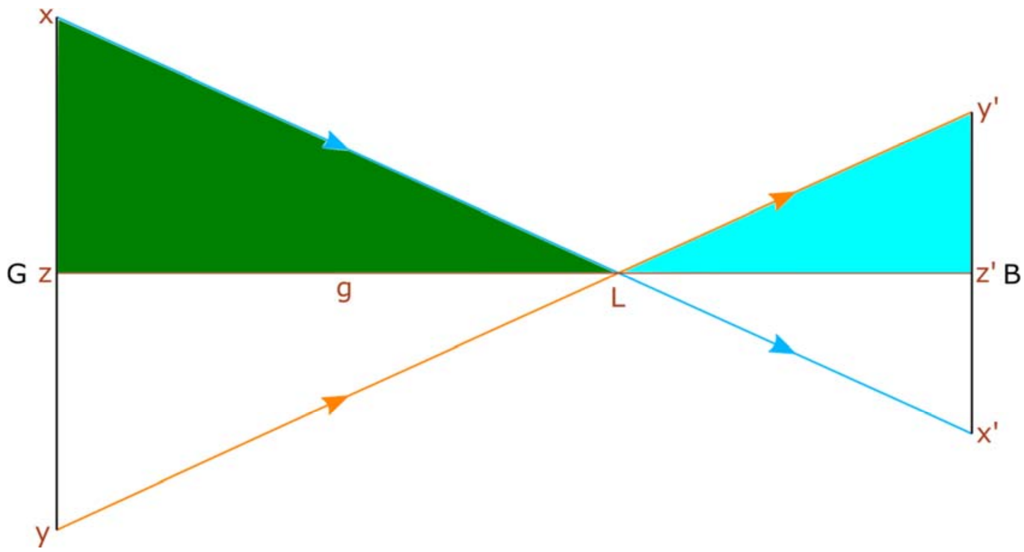


Schritt 2



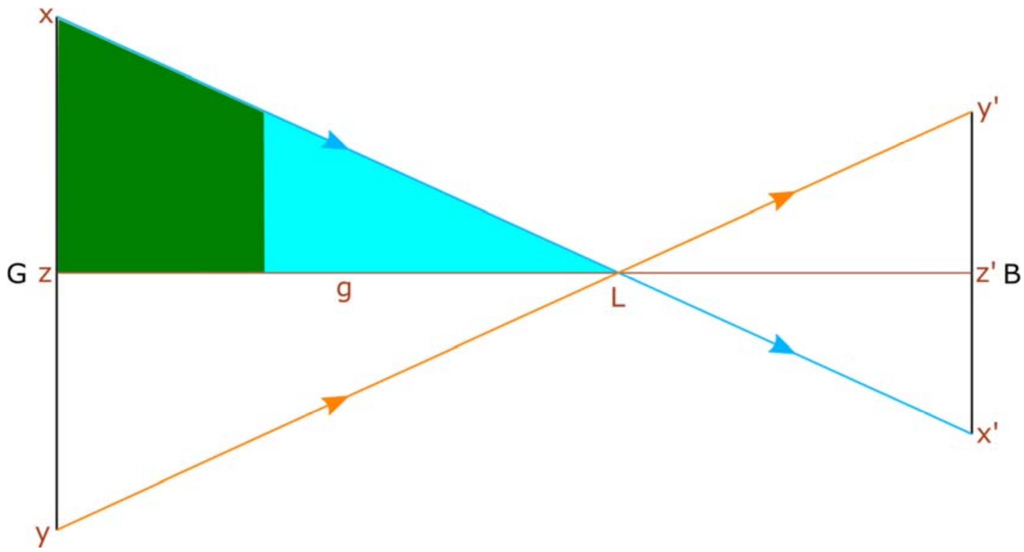
Die beiden Pappdreiecke (grün und türkis) werden in die entsprechenden Dreiecke auf der Tafel gehalten. Das grüne Pappdreieck ist kongruent zu dem Dreieck ZLX und das türkise Pappdreieck ist kongruent zu dem Dreieck Z'LX'.

Schritt 3



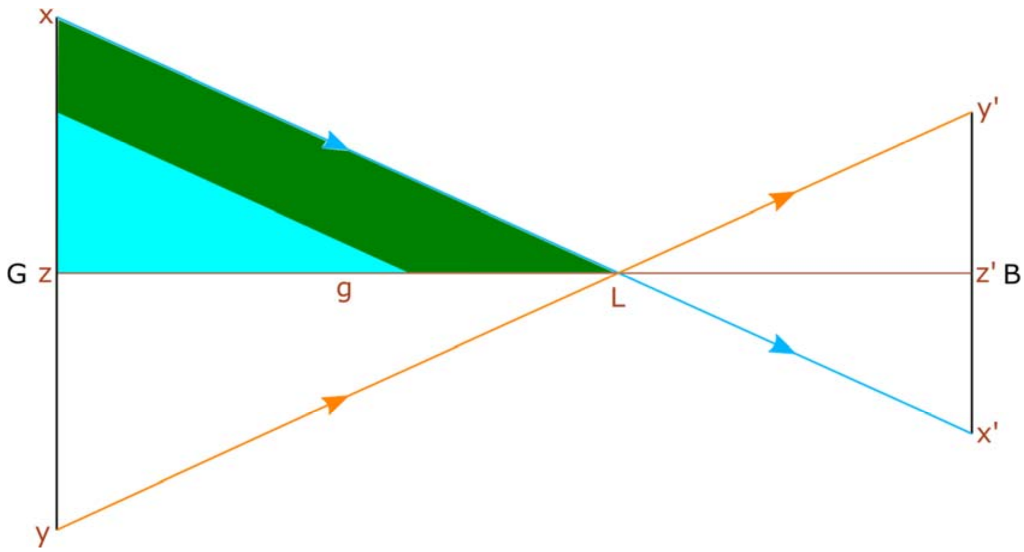
Das türkise Pappdreieck wird in das Dreieck Y'LZ' „geklappt". Damit wird verdeutlicht, dass die Dreiecke Z'LX' und Y'LZ' kongruent sind.

Schritt 4



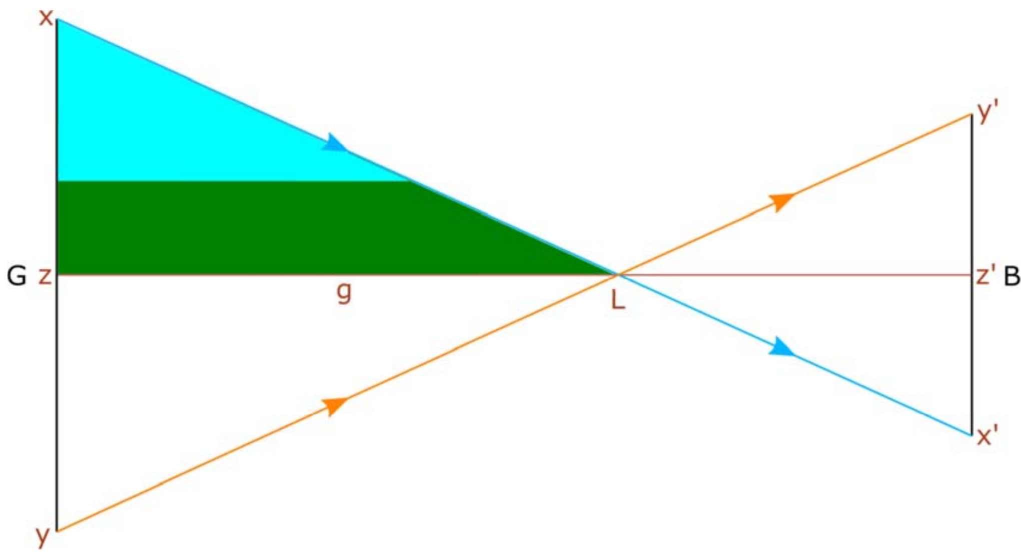
In diesem Schritt wird das türkise Dreieck am Punkt L in das Dreieck ZLX „geklappt". Dies verdeutlicht, dass die entsprechenden Winkel $\sphericalangle XLZ$ und $\sphericalangle X'LZ'$ übereinstimmen.

Schritt 5



Das türkise Dreieck wird in die Ecke von Punkt Z „geschoben". Dies verdeutlicht, dass die entsprechenden Winkel $\sphericalangle LZX$ und $\sphericalangle LZ'X'$ übereinstimmen.

Schritt 6



Das türkise Dreieck wird in die Ecke von Punkt X „geschoben". Dies verdeutlicht, dass die entsprechenden Winkel $\sphericalangle ZXL$ und $\sphericalangle Z'X'L$ übereinstimmen.

Die Lochkamera 2
Name:____

Bildentstehung bei der Lochkamera

Das Abbildungsgesetz lautet:

Aufgabe 1

Erläutere in wenigen Sätzen, wie man das Entstehen des Bildes erklären kann!

____
____
____
____
____
____

Die Lochkamera 2
Name:____

Aufgabe 2

Formuliere das Abbildungsgesetz in eigenen Worten, sodass du es dir merken und einem Mitschüler erklären kannst.

Aufgabe 3

Ein Turm hat eine Höhe von 35 m. Der Abstand zwischen Loch und Schirm beträgt 12 cm. Der Schirm hat eine Höhe von 20 cm. Wie weit muss das Loch von dem Turm entfernt sein, damit der Turm den ganzen Schirm ausfüllt?

Aufgabe 4

Wie groß muss der Abstand von Gegenstand und Loch gewählt werden, damit ein verkleinertes Bild entsteht? Der Abstand zwischen Loch und Schirm beträgt 15 cm.

Aufgabe 5

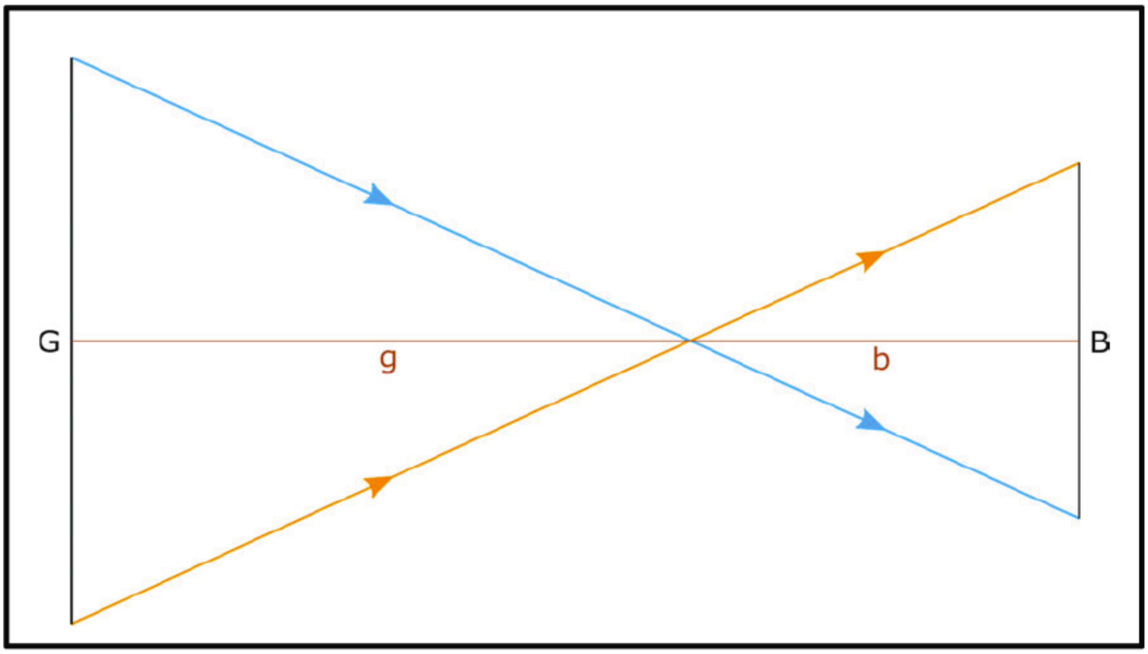
Beschreibe was passiert, wenn das Loch der Lochkamera vergrößert bzw. verkleinert wird!

Aufgabe 6

Erkläre warum bei einer Lochkamera eine relativ lange Belichtungszeit notwendig ist!

Die Lochkamera 2
Lösung

Bildentstehung bei der Lochkamera



Das Abbildungsgesetz lautet:

$$A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

A:Abbildungsmaßstab,
B:Bildgröße; b: Bildweite,
G: Gegenstandsgröße, g:Gegenstandsweite

Aufgabe 1

Erläutere in wenigen Sätzen, wie man das Entstehen des Bildes erklären kann!

<u>Die Schülerantworten sind individuell zu beurteilen. Eine exemplarische Antwort ist:
Von jedem Punkt des Gegenstandes geht ein Lichtstrahl/-bündel durch das Loch der Blende und trifft auf den Schirm. Das Bild entsteht aus den Lichtflecken auf dem Schirm. Dabei steht das Bild auf dem Kopf und ist seitenverkehrt, da die Strahlen sich im Loch kreuzen.</u>

Die Lochkamera 2
Lösung

Aufgabe 2

Formuliere das Abbildungsgesetz in eigenen Worten, sodass du es dir merken und einem Mitschüler erklären kannst.

Die Erklärungen der Schüler sind individuell zu beurteilen. Es ist auf die korrekte Verwendung der Begriffe zu achten. Eine exemplarische Erklärung ist:
Mit Hilfe des Abbildungsgesetzes kann der Abbildungsmaßstab A von Bild B und Gegenstand G berechnet werden, indem man das Verhältnis von Bild zu Gegenstand berechnet. Das Verhältnis von Bild zu Gegenstand ist dabei gleich dem Verhältnis von Bildweite b zu Gegenstandsweite g.

Aufgabe 3

Ein Turm hat eine Höhe von 35 m. Der Abstand zwischen Loch und Schirm beträgt 12 cm. Der Schirm hat eine Höhe von 20 cm. Wie weit muss das Loch von dem Turm entfernt sein, damit der Turm den ganzen Schirm ausfüllt?

Gegeben: $G = 35\ m, b = 12\ cm, B = 20\ cm$

Gesucht: g

Es gilt:

$$\frac{g}{b} = \frac{G}{B}$$

$$\Leftrightarrow\ g = \frac{G}{B} * b$$

Mit eingesetzten Werten ergibt sich

$$\Leftrightarrow\ g = \frac{35\ m}{20\ cm} * 12\ cm$$

$$\Leftrightarrow\ g = 21\ m$$

Antwort: Das Loch muss $21\ m$ von dem Turm entfernt sein, damit das Bild den ganzen Schirm ausfüllt.

Aufgabe 4

Wie groß muss der Abstand von Gegenstand und Loch gewählt werden, damit ein verkleinertes Bild entsteht? Der Abstand zwischen Loch und Schirm beträgt 15 cm.

Ein verkleinertes Bild bedeutet einen Abbildungsmaßstab, der kleiner als 1 ist, $A < 1$.

Es gilt:

$$A = \frac{b}{g}$$

Mit $A < 1$

$$\Leftrightarrow \frac{b}{g} < 1$$

$$\Leftrightarrow \; b < g$$

Mit eingesetztem Wert

$$\Leftrightarrow \; 15\,cm < g$$

Antwort: Der Abstand von Gegenstand und Loch muss größer als $15\,cm$ sein, damit ein verkleinertes Bild entsteht.

Aufgabe 5

Beschreibe was passiert, wenn das Loch der Lochkamera vergrößert bzw. verkleinert wird!

Wird das Loch der Kamera vergrößert, so wird das Bild heller aber auch unschärfer. Da bei einem größeren Loch die Lichtbündel und damit auch die erzeugten Lichtflecken auf dem Schirm größer werden.
Verkleinert man das Loch der Lochkamera, so wird das Bild schärfer, aber auch dunkler. Dies geschieht, da die Lichtbündel und damit auch die erzeugten Lichtflecken auf dem Schirm kleiner werden.

Aufgabe 6

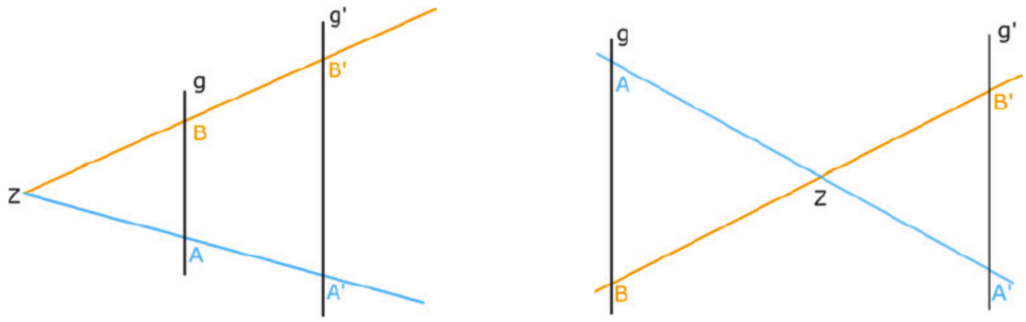
Erkläre warum bei einer Lochkamera eine relativ lange Belichtungszeit notwendig ist!

Damit ein scharfes Bild entstehen kann muss das Loch relativ klein gewählt werden. Durch das kleine Loch kommt jedoch weniger Licht und so wird das Bild dunkler. Damit das Bild auf dem Fotopapier hell genug wird ist daher eine relativ lange Belichtungszeit notwendig.

Strahlensätze a
Name:____________________

Erster Strahlensatz

Zwei nicht parallele Strahlen haben den Schnittpunkt Z. Diese Strahlen werden von zwei zueinander parallelen Geraden g und g‘ geschnitten. Die Längen der Abschnitte auf dem einen Strahl verhalten sich zueinander wie die entsprechenden Streckenlängen auf dem anderen Strahl zueinander.

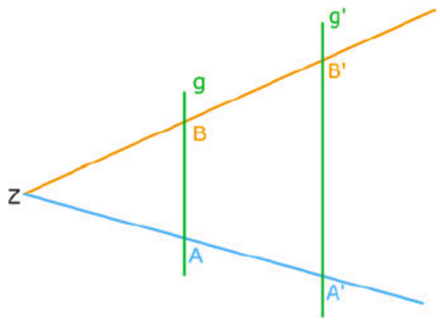


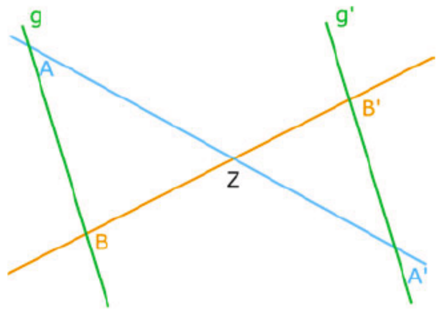
Notiert die geltenden Verhältnisse nach dem ersten Strahlensatz:

Strahlensätze a
Name:____

Zweiter Strahlensatz

Zwei nicht parallele Strahlen haben den Schnittpunkt Z. Diese Strahlen werden von zwei zueinander parallelen Geraden g und g‘ geschnitten. Die Längen der Abschnitte auf den Parallelen (g und g‘) verhalten sich zueinander wie die entsprechenden von Z aus gemessenen Längen der entsprechenden Abschnitte auf jedem Strahl.



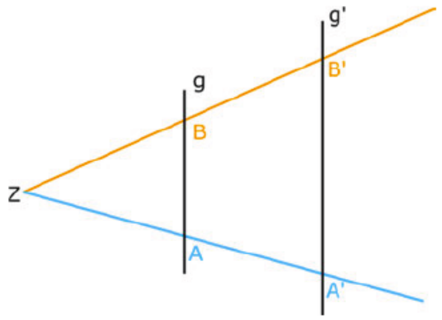


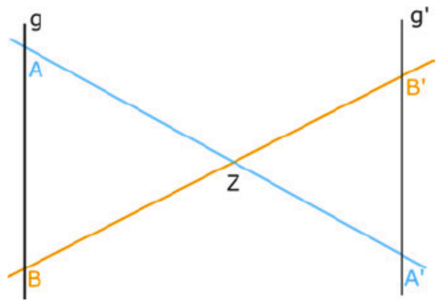
Notiere die geltenden Verhältnisse nach dem zweiten Strahlensatz:

Strahlensätze a
Lösung

Erster Strahlensatz

Zwei nicht parallele Strahlen haben den Schnittpunkt Z. Diese Strahlen werden von zwei zueinander parallelen Geraden g und g‘ geschnitten. Die Längen der Abschnitte auf dem einen Strahl verhalten sich zueinander wie die entsprechenden Streckenlängen auf dem anderen Strahl zueinander.





Notiert die geltenden Verhältnisse nach dem ersten Strahlensatz:

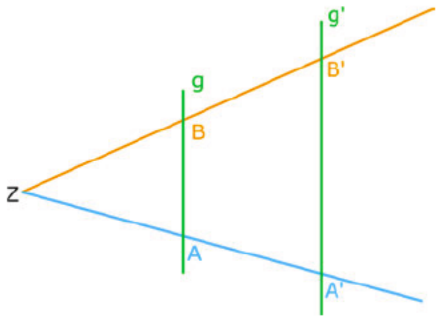
$$\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{ZB'}}$$

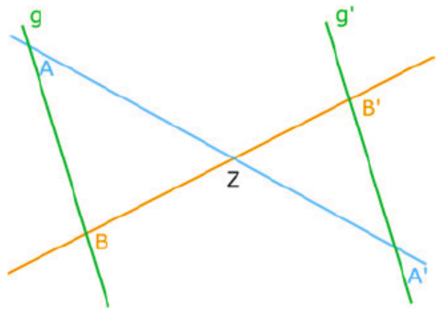
$$\frac{\overline{ZA}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{BB'}}$$

$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{BB'}}$$

Zweiter Strahlensatz

Zwei nicht parallele Strahlen haben den Schnittpunkt Z. Diese Strahlen werden von zwei zueinander parallelen Geraden g und g‘ geschnitten. Die Längen der Abschnitte auf den Parallelen (g und g‘) verhalten sich zueinander wie die entsprechenden von Z aus gemessenen Längen der entsprechenden Abschnitte auf jedem Strahl.





Notiere die geltenden Verhältnisse nach dem zweiten Strahlensatz:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{ZB'}}$$

Name:____

Aufgabe 1

Ergänze die Verhältnisse zu der gegebenen Figur (Abbildung 1).

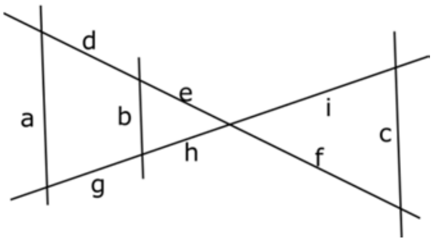


Abbildung 1

$$\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}} = \underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}$$

$$\frac{\boldsymbol{g}+\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{a}} = \underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}$$

$$\frac{\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{e}} = \underline{\qquad\qquad} = \underline{\qquad\qquad}$$

Aufgabe 2

Zwei Punkte A und B liegen am Rand einer Schlucht in ebenem Gelände (Abbildung 2). Ihr Abstand soll mit Hilfe der Punkte Q, R und S bestimmt werden. Sie sind so gewählt, dass RS zu AB parallel ist. Berechne aus den Angaben in Abbildung 2 den Abstand $\overline{AB}$. [i]

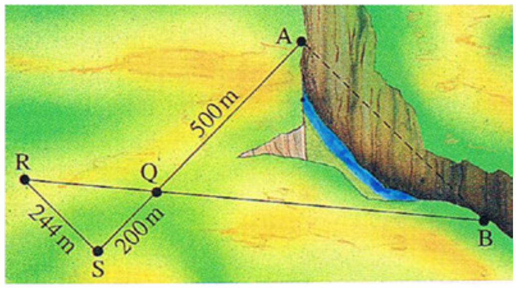


Abbildung 2

Aufgabe3

Schließt man abwechselnd das linke und rechte Auge, so macht der mit ausgestrecktem Arm aufrecht gehaltene Daumen scheinbar im Gelände einen Sprung (Abbildung3).

a) Welche Beziehung besteht zwischen der Armlänge l, dem Augenabstand a, der Entfernung e und der Streckenlänge s in Abbildung 3
b) Cora hat die Armlänge $70\ cm$ und den Augenabstand $6{,}4\ cm$. Sie schätzt bei einer Mauer die „Sprungstrecke" s auf $5\ m$. Wie weit ist Cora von der Mauer entfernt, wenn die Schätzung stimmt?[ii]

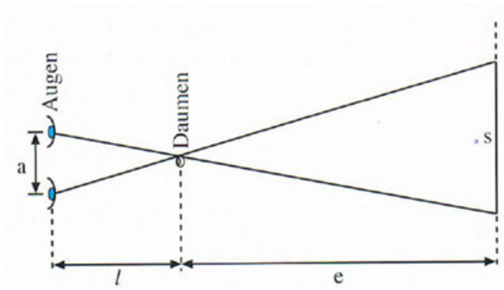


Abbildung 3

Aufgabe 4

Ein Baum wirft einen $20\ m$ langen Schatten. Steckt man einen $50\ cm$ langen Stock senkrecht in die Erde, so wirft dieser einen $80\ cm$ langen Schatten.

Fertige zunächst eine geeignete Skizze an und bestimme die Höhe des Baumes.

---

[i], [i] Die Aufgaben und Bilder sind aus dem Schulbuch Lambacher Schweizer (Klasse 9), S. 145, entnommen.

Lösungen zu Arbeitsblatt Strahlensätze b

Aufgabe 1

Ergänze die Verhältnisse zu der gegebenen Figur (Abbildung 1).

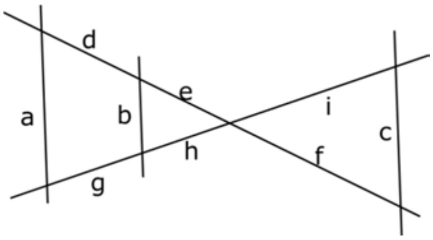


Abbildung 1

$$\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}} = \frac{e}{d} = \frac{h}{g}$$

$$\frac{\boldsymbol{g+h}}{\boldsymbol{a}} = \frac{h}{b} = \frac{i}{c}$$

$$\frac{\boldsymbol{d+e}}{\boldsymbol{e}} = \frac{g+h}{h}$$

Aufgabe 2

Hier wird der zweite Strahlensatz angewendet.

Es gilt:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}} = \frac{\overline{RS}}{\overline{QS}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{\overline{RS}}{\overline{QS}} * \overline{AQ}$$

$\overline{RS} = 244\ m$, $\overline{QS} = 200\ m$, $\overline{AQ} = 500\ m$ einsetzen

$$\overline{AB} = \frac{244\ m}{200\ m} * 500\ m$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 610\ m$$

Antwort: Der Abstand $\overline{AB}$ beträgt 610 m.

Aufgabe 3

a) Hier wird der zweite Strahlensatz angewendet.
Es gilt:

$$\frac{l}{\frac{a}{2}} = \frac{e}{\frac{s}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2l}{a} = \frac{2e}{s}$$

$$\Leftrightarrow \frac{l}{a} = \frac{e}{s}$$

b) Mit $l = 70\ cm, a = 6{,}4\ cm, s = 5\ m$

Strahlensätze b
Lösung

$$\frac{e}{s} = \frac{l}{a}$$
$$\Leftrightarrow e = \frac{l}{a} * s$$

Mit eingesetzten Werten ergibt sich:

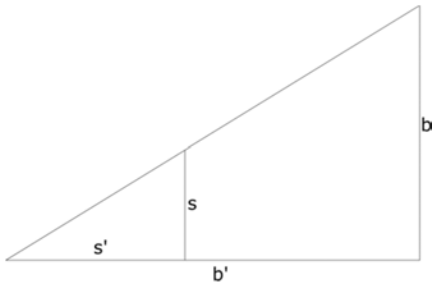
$$e = \frac{70\ cm}{6{,}4\ cm} * 5\ m$$
$$\Leftrightarrow e = 54{,}6875\ m$$

Die Entfernung von Cora zur Mauer setzt sich aus Armlänge l und Entfernung e zusammen:

$$l + e = 70\ cm + 57{,}6875\ m = 0{,}7\ m + 54{,}6875 = 55{,}3875\ m$$

Cora steht ca. 55,39 m von der Mauer entfernt.

Aufgabe 4



b‘: Schatten Baum

B: Baum

s‘: Schatten Stock

S: Stock

Mit $b' = 20\ m, s = 50\ cm, s' = 80\ cm$

Es gilt:

$$\frac{b}{b'} = \frac{s}{s'}$$
$$\Leftrightarrow b = \frac{s}{s'} * b'$$

Mit eingesetzten Werten ergibt sich:

$$b = \frac{50\ cm}{80\ cm} * 20\ m$$
$$\Leftrightarrow b = 12{,}50\ m$$

Antwort: Der Baum ist 12,50 m hoch.

Name:____

Bauanleitung für eine Lochkamera

Unsere Lochkamera besteht aus einem Außengehäuse, einem Innengehäuse, einer Blendenhalterung und vier verschiedenen Lochblenden.

Folgende Schritte müssen für den Bau der Lochkamera durchgeführt werden:

1. Bau des Außengehäuses
2. Bau des Innengehäuses
3. Herstellen der Blendenhalterung
4. Anfertigen der vier verschiedenen Lochblenden
5. Zusammensetzen der Lochkamera

Material:

- 2 mal Tonkarton in schwarz, 29,5 cm x 29,5 cm
- 1 mal Tonkarton schwarz, 21 cm x 21 cm
- 1 mal Pergamentpapier, 7 cm x 7 cm
- 2 Gummis

Werkzeug

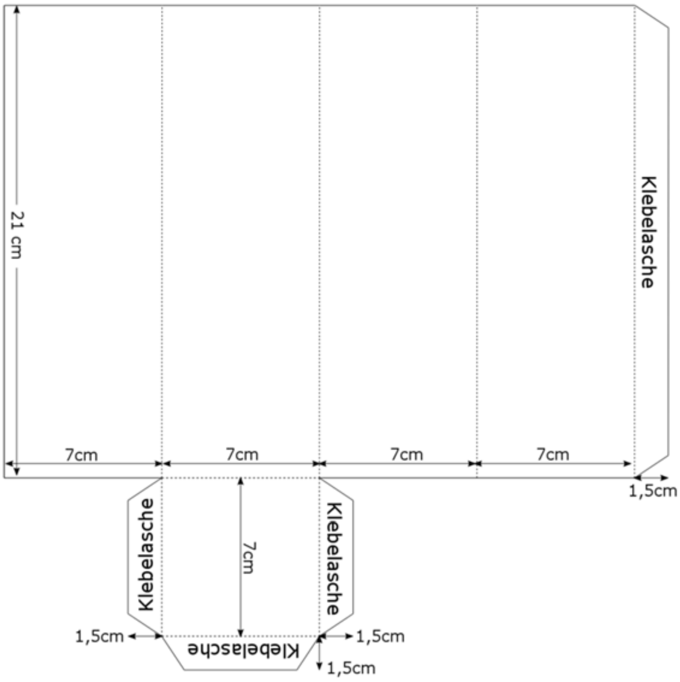
- Cuttermesser
- Schneidematte bzw. Schneideunterlage
- Schere
- Großes Lineal (30 cm) oder großes Geodreieck (22 cm)
- Bleistift
- Zirkel
- Doppelseitiges Klebeband
- Schwarzes Klebeband

Name:____

1. Bau des Außengehäuses

Aufzeichnen und ausschneiden des Außengehäuses

Zuerst wird das Außengehäuse unserer Lochkamera gebaut. Dazu müssen wir aus einem der Tonkartons (29,5 cm x 29,5 cm) einen Quader (7 cm x 7 cm x 21 cm) mit einem Deckel und einer offenen Rückseite bauen.
Dazu müssen wir das folgende auf den Tonkarton mit Hilfe von Lineal/Geodreieck und Bleistift aufzeichnen und anschließend ausschneiden.



Skizze für Außengehäuse

Die Knickkanten werden mit Hilfe des Lineals/Geodreiecks vorgeknickt.

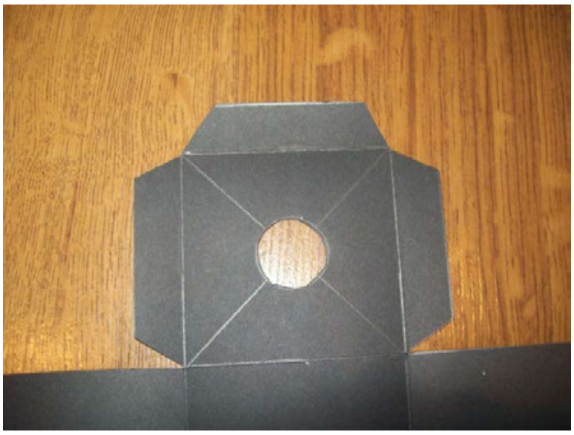
Ausgeschnittenes Außengehäuse

Name:____

Als nächstes benötigen wir in der Mitte unseres Deckels ein Loch mit einem Durchmesser von 2,5 cm.

Loch im Deckel für Lochblenden

Zunächst wird die Mitte des Quadrates bestimmt. Dazu zeichnen wir die beiden Diagonalen des Quadrates ein (der Schnittpunkt ist der Mittelpunkt). Um den Mittelpunkt schlagen wir mit dem Zirkel einen Kreis mit einem Durchmesser von 2,5 cm.
Der Kreis um den Mittelpunkt wird mit dem Cuttermesser ausgeschnitten.

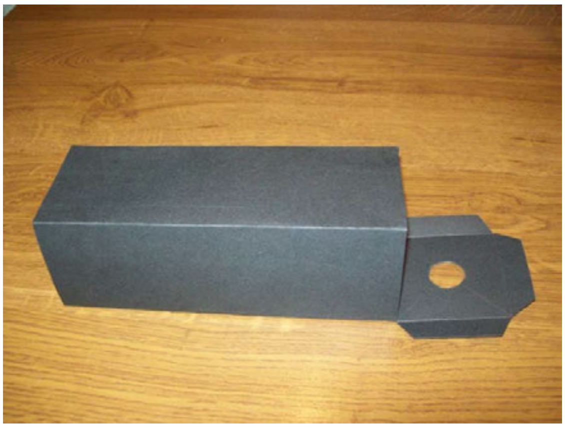


Loch im Deckel

Quader kleben

Auf die lange Klebelasche wird ein Streifen doppelseitiges Klebeband (1,5 cm x 21 cm) geklebt. Dazu wird das doppelseitige Klebeband mit dem Cuttermesser passend abgeschnitten. Anschließend wird der Quader zusammengeklebt.

Klebelasche des Quaders



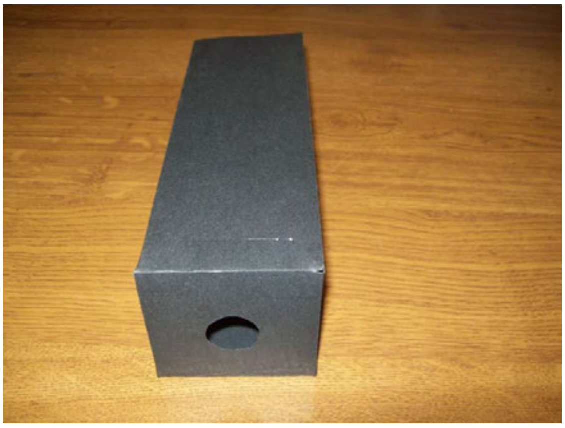
geklebter Quader

Name:____

Deckel kleben

Im nächsten Schritt wird auf die drei Klebelaschen (nach innen zeigend) des Deckels doppelseitiges Klebeband geklebt. Die Klebelaschen werden außen auf dem Quader befestigt.

Klebelaschen Deckel



geklebter Deckel

Damit der Deckel des Außengehäuses hält, werden die Klebelaschen noch einmal mit schwarzem Klebeband befestigt.

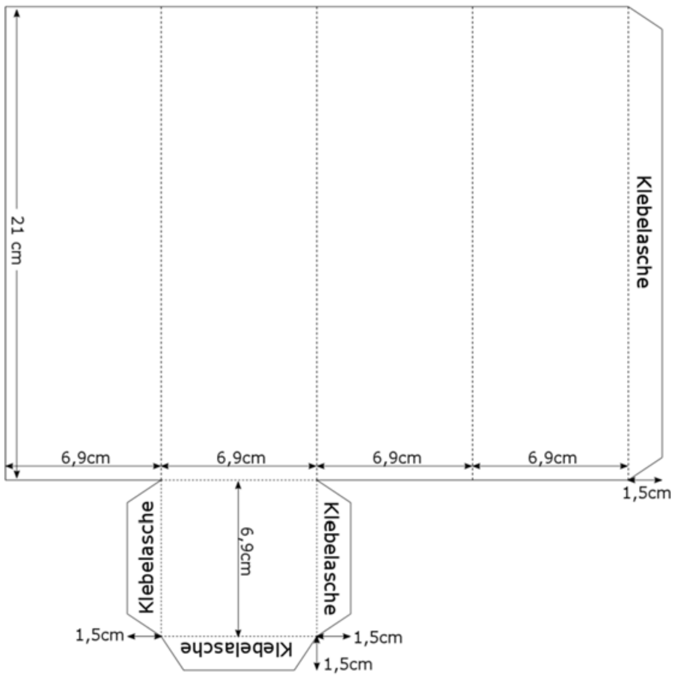
Klebelaschen nochmals befestigen

Damit ist unser Außengehäuse fertig.

2. Bau des Innengehäuses

Aufzeichnen und ausschneiden des Innengehäuses

Das Innengehäuse der Lochkamera ist ein Quader (6,9 cm x 6,9 cm x 21 cm) mit einem Deckel und einer offenen Rückseite.
Dazu müssen wir das folgende auf den Tonkarton mit Hilfe von Lineal/Geodreieck und Bleistift aufzeichnen und anschließend ausschneiden.



Skizze für Innengehäuse

Analog zu dem Bau des Außengehäuses werden die Knickkanten mit Lineal/Geodreieck vorgeknickt.

Fenster für den Abbildungsschirm

Um später das Pergamentpapier zu befestigen schneiden wir in den Deckel ein Fenster. Dazu Zeichnen wir einen 1 cm breiten Rand in das Quadrat (6,9 cm x 6,9 cm). Das innere Quadrat schneiden wir mit dem Cuttermesser aus, so dass ein 1cm breiter Rand stehen bleibt.

❗ Achtung die Klebelaschen zählen nicht zu dem Quadrat und dürfen nicht abgeschnitten werden.

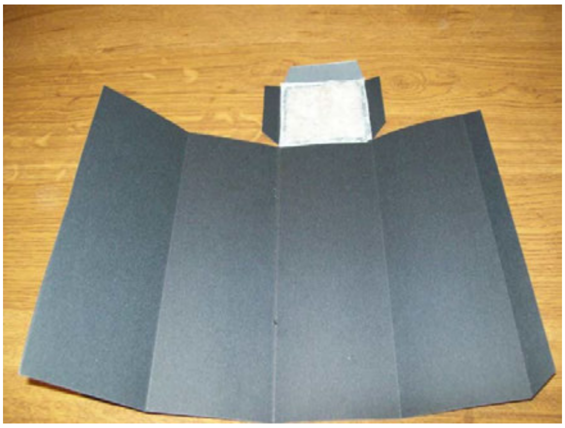
Name:____

Innengehäuse mit ausgeschnittenem Fenster

Befestigen des Abbildungsschirmes

Um einen Abbildungsschirm zu erhalten, befestigen wir von innen das Pergamentpapier auf dem Fenster. Dazu kleben wir dieses mit doppelseitigem Klebeband auf den 1 cm breiten Rand des Fensters.

Achtung das Pergamentpapier nicht auf die Klebelaschen des Deckels kleben.



Von innen aufgeklebtes Pergamentpapier **Ansicht des Innengehäuses von außen**

Quader und Deckel kleben

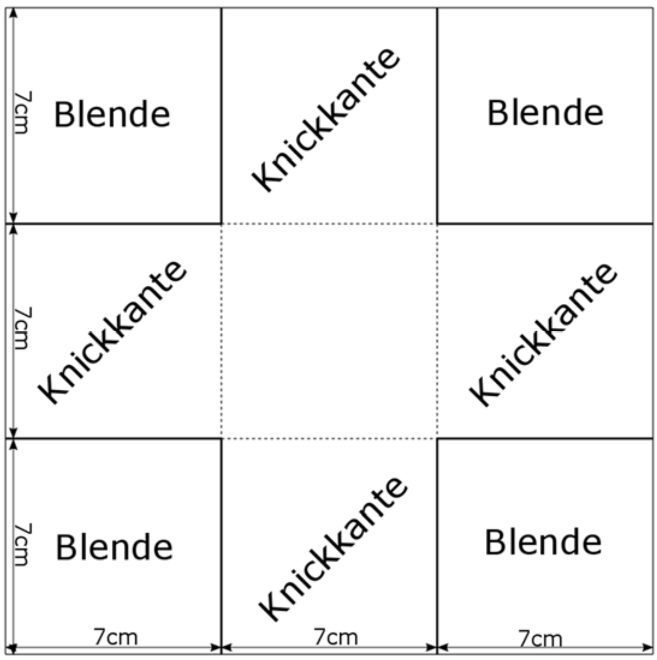
Jetzt müssen nur noch der Quader und der Deckel des Innengehäuses zusammengeklebt werden. Dies wird analog zum „Quader kleben“ und „Deckel kleben“ beim Außengehäuse durchgeführt.

Name:____

3. Herstellen der Blendenhalterung

Damit später verschiedene Lochblenden benutzt werden können, braucht man eine Blendenhalterung.
Auf das letzte Stück Tonkarton (21 cm x 21 cm) wird das folgende aufgezeichnet und ausgeschnitten.

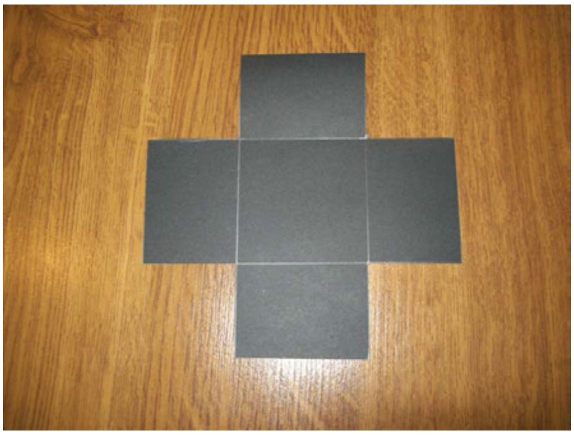
Achtung beim Ausschneiden: alle Teile des Tonkartons werden benötigt.



Skizze für Blendenhalterung und Lochblenden

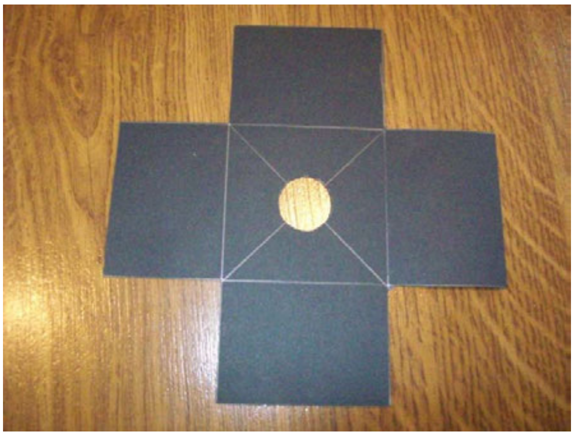
Die vier übrigen Quadrate (7 cm x 7 cm) werden für das Anfertigen der Lochblenden (Blenden) benötigt.

Name:____



Ausgeschnittene Blendenhalterung

Anschließend muss die Mitte des inneren Quadrates (7 cm x 7 cm) mit Hilfe der Diagonalen des Quadrates bestimmt werden. Um den Mittelpunkt schlagen wir mit dem Zirkel einen Kreis mit einem Durchmesser von 2,5 cm. Der Kreis um den Mittelpunkt wird mit dem Cuttermesser ausgeschnitten.



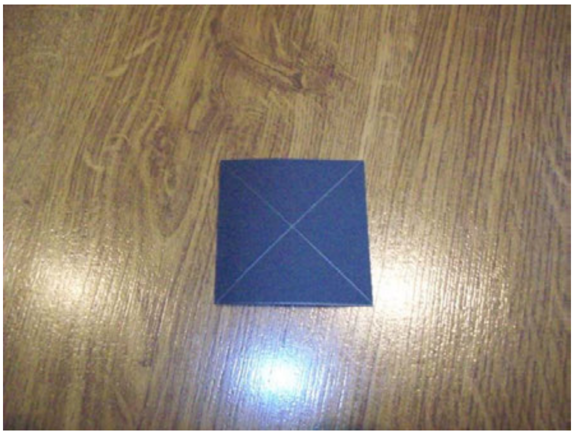
Blendenhalterung mit Loch

Die gestrichelten Linien werden mit einem Lineal/Geodreieck vorgeknickt.

4. Anfertigen der vier verschiedenen Lochblenden

Bei jedem der vier übrigen Quadrate (7 cm x 7 cm) wird mit Hilfe der Diagonalen die Mitte bestimmt. Die Lochblenden bekommen unterschiedlich große Löcher.

Name:____



Lochblende mit eingezeichneter Mitte

1. Lochblende
In die Mitte wird mit einer Nadel ein Loch von ca. 1 mm Durchmesser gestochen
2. Lochblende
Mit einem Nagel wird ein Loch mit ca. 4 mm Durchmesser in die Mitte gestochen
3. Lochblende
Mit einer dickeren Nadel oder einem entsprechendem Nagel wird ein Loch mit ca. 2mm – 3mm Durchmesser gestochen
4. Lochblende
Mit Zirkel und Lineal wird in die Mitte ein Loch mit ca. 1 cm Durchmesser gemacht.

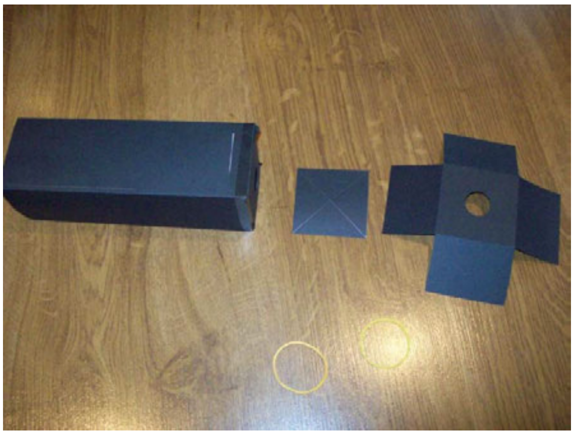
5. Zusammensetzen der Lochkamera

Unsere Lochkamera besteht jetzt aus 7 Teilen (Außengehäuse, Innengehäuse, Blendenhalterung, Lochblenden).
Zuerst wird das Innengehäuse mit dem Abbildungsschirm nach vorne in das Außengehäuse geschoben.

Innen- und Außengehäuse

Anschließend muss die Lochblende mit dem Blendenhalter am Außengehäuse befestigt werden. Dazu benötigen wir noch zwei Gummis.

Name:____



Außengehäuse, Lochblende, Blendenhalterung und 2 Gummis

Die Lochblende wird auf den Deckel des Außengehäuses gelegt. Damit die Lochblende hält, wird die Blendenhalterung davor gemacht. Die langen Laschen der Blendenhalterung werden auf das Außengehäuse geknickt und darauf mit zwei Gummis befestigt.

Außengehäuse mit befestigter Lochblende und Blendenhalterung

Durch die mit Gummis befestigte Blendenhalterung können verschiedene Lochblenden auf die Lochkamera gesetzt werden.

Jetzt ist die Lochkamera fertig. Das Innengehäuse kann verschoben werden um die Bildweite b anzupassen. Jetzt brauchst du nur noch einen Gegenstand den du durch deine Lochkamera betrachten kannst.

Du darfst aber nicht erwarten, dass du so ein scharfes Bild wie mit einer Digitalkamera bekommst. Teilweise kann es sein, dass du anstelle eines scharfen Bildes eher nur die verschwommenen Konturen des Gegenstandes sehen kannst.

Checkliste für fächerverbindende Lerngelegenheiten Mathematik und Physik

Lerngelegenheit: **Die Bildentstehung bei einer Lochkamera**

Die Lerngelegenheit kann basierend auf der Checkliste auf ihre Tauglichkeit für fächerverbindende Vorhaben geprüft werden. Dabei ist zu beachten, dass die Checkliste nur als Grundlage dient. Zur detaillierten Beurteilung einer Lerngelegenheit muss sich mit den einzelnen Punkten näher auseinandergesetzt werden.
Da die Voraussetzungen die Grundlage für sinnvolles fächerverbindendes Arbeiten sind, müssen alle mit „zu“ beantwortet sein.

Trifft bei der untersuchten Lerngelegenheit	Zu	Nicht zu	Bemerkungen
Voraussetzungen			
Es sind die Fächer Mathematik und Physik beteiligt.	x		
Es liegt ein gemeinsames Thema vor.	x		
Die Fächer sind gleichberechtigte Partner.	x		
Die Inhalte sind relevant nach dem Kernlehrplan Mathematik.	x		
Die Inhalte sind relevant nach dem Kernlehrplan Physik.	x		
Der Fachunterricht Mathematik kann an die Lerngelegenheit anknüpfen.	x		
Der Fachunterricht Physik kann an die Lerngelegenheit anknüpfen.	x		
Schnittstellen der Fächer in Bezug auf das gemeinsame Thema sind vorhanden.	x		
Die Fachgrenzen werden bewusst überschritten.	x		
Die Lerngelegenheit ist für eine integrative Verbindung geeignet.	x		
Bereicherung für das Fach Mathematik.	x		
Bereicherung für das Fach Physik.	x		
Die Lerngelegenheit bietet Potential für…			
...die beteiligten Fächer.			
Fachliche Tiefe Mathematik	x		
Fachliche Tiefe Physik	x		
Eigenverständnis von Mathematik	x		
Eigenverständnis von Physik	x		
Prozessbezogene Kompetenzen Mathematik	x		
Prozessbezogene Kompetenzen Physik	x		
…eine zielgerichtete Förderung.			
Handlungsfähigkeit	x		
Anwendungsorientierung und Lebensvorbereitung	x		
Authentische Anwendungen / Modellierung	x		
Problemlösefähigkeit	x		
Ganzheitliches Lernen	x		
Anschlussfähiges Wissen und vernetzte Denkstrukturen	x		
Flexibles mathematisches Wissen	x		
Wechselseitiges Übersetzen von Mathematik und Physik	x		

Wiederholung Kräfte und Gewichtskraft
Name:____

Kräfte

Kräfte erkennt man durch ihre Auswirkungen. Durch eine Kraft kann ein Körper seine Form oder seinen Bewegungszustand ändern. Die **Kraft F** wird in der Einheit **Newton (N)** angegeben.

Die Wirkung einer Kraft ist abhängig von Betrag, Richtung und Angriffspunkt der Kraft. Zum Beispiel genügt es zur Beschreibung einer Kraft nicht, wenn man $F = 5\ N$ angibt, da hier keine Aussage über Richtung und Angriffspunkt der Kraft getroffen wird. Deshalb werden Kräfte als Pfeile dargestellt. Die Länge des Pfeils steht für den Betrag der Kraft, das Pfeilende liegt an der Stelle, wo die Kraft am Körper angreift und an der Richtung des Pfeils erkennt man die Richtung der Kraft.

Gewichtskraft

Eine besondere Kraft ist die Gewichtskraft. Mit dieser Kraft wird jeder Körper zum Erdmittelpunkt hin angezogen. Jeder Körper erfährt die **Gewichtskraft $\boldsymbol{F_G}$.** Masse und Gewichtskraft eines Körpers sind proportional. Die auf einen Körper wirkende Gewichtskraft ist vom Ort abhängig und wird mit Hilfe des **Ortsfaktors $\boldsymbol{g}$** beschrieben.

$$F_G = m * g$$

$g = 9{,}81\ \frac{N}{kg}$ (Ortsfaktor in Mittel-Europa), m: Masse in kg,

F_G: Gewichtskraft in N

Versuch zum einseitigen Hebel
Name:____

1. **Arbeitsauftrag:**

Befestige an dem Hebelarm verschiedene Gewichte in verschiedenen Abständen, wie unten vorgegeben (siehe 4. Wertetabellen), Bringe den Hebel mit Hilfe deiner Kraft ins Gleichgewicht. Verwende einen Kraftmesser, damit du die aufgebrachte Kraft bestimmen kannst. Befestige den Kraftmesser dazu an 3 verschiedenen Punkten des Hebelarms, bestimme dabei jeweils den Abstand zum Drehpunkt und lese den Betrag der Kraft ab. Fertige ein vollständiges Versuchsprotokoll an.

2. **Material:**

- Eine Apparatur zum Experimentieren
- Folgende Gewichte:
  - $500\ g$ (1x)
  - $200\ g$ (1x)
  - $100\ g$ (1x)
  - $50\ g$ (1x)
  - $25\ g$ (1x)
- Ein Maßband
- Ein Kraftmesser

1. **Skizze:**

2. **Wertetabellen:**

a) Befestige an dem Hebelarm ein Gewicht von $500g$ in einem Abstand von $5\ cm$ zum Drehpunkt.
$F_1 =$
$l_1 =$

F_2	l_2

Versuch zum einseitigen Hebel

Name:____

b) Befestige an dem Hebelarm ein Gewicht von $200g$ in einem Abstand von $15\ cm$ zum Drehpunkt.

$F_1 =$

$l_1 =$

F_2	l_2

3. Beobachtung:

4. Auswertung:

a)

F_2	l_2	

b)

F_2	l_2	

Versuch zum einseitigen Hebel
Lösung

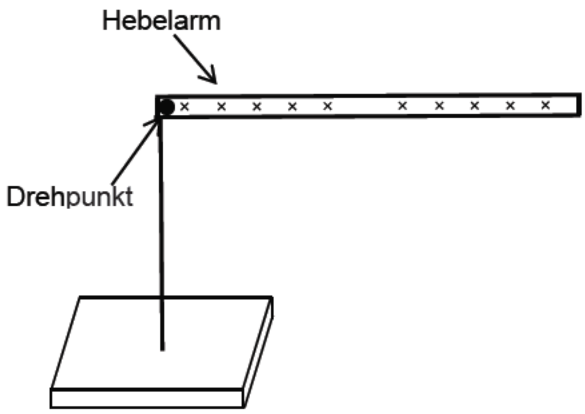
1. **Arbeitsauftrag:**

Befestige an dem Hebelarm verschiedene Gewichte in verschiedenen Abständen, wie unten vorgegeben (siehe 4. Wertetabellen), Bringe den Hebel mit Hilfe deiner Kraft ins Gleichgewicht. Verwende einen Kraftmesser, damit du die aufgebrachte Kraft bestimmen kannst. Befestige den Kraftmesser dazu an 3 verschiedenen Punkten des Hebelarms, bestimme dabei jeweils den Abstand zum Drehpunkt und lese den Betrag der Kraft ab. Fertige ein vollständiges Versuchsprotokoll an.

2. **Material:**

- Eine Apparatur zum Experimentieren
- Folgende Gewichte:
    - $500\ g$ (1x)
    - $200\ g$ (1x)
    - $100\ g$ (1x)
    - $50\ g$ (1x)
    - $25\ g$ (1x)
- Ein Maßband
- Ein Kraftmesser

3. **Skizze:**



4. **Wertetabellen:**

Die hier aufgeführten Wertetabellen sind nur Lösungsmöglichkeiten.

a) Befestige an dem Hebelarm ein Gewicht von $500g$ in einem Abstand von $5\ cm$ zum Drehpunkt.

$F_1 = 500g * 9{,}81\ \frac{N}{kg} = 4{,}905\ N$

$l_1 = 5\ cm$

Versuch zum einseitigen Hebel
Lösung

F_2	l_2
$4{,}905\ N$	$5\ cm$
$0{,}981\ N$	$25\ cm$
$0{,}4905\ N$	$50\ cm$
$1{,}22625\ N$	$20\ cm$

b) Befestige an dem Hebelarm ein Gewicht von $200g$ in einem Abstand von $15\ cm$ zum Drehpunkt.

$F_1 = 200g * 9{,}81\ \frac{N}{kg} = 1{,}962\ N$

$l_1 = 15\ cm$

F_2	l_2
$5{,}886\ N$	$5\ cm$
$2{,}943\ N$	$10\ cm$
$1{,}962\ N$	$15\ cm$
$0{,}73575\ N$	$40\ cm$

5. Beobachtung:

<u>Die Beobachtungen der Schüler sind individuell zu beurteilen. Dabei sollte auf Fachsprache und die Verwendung der Begrifflichkeiten geachtet werden.</u>

6. Auswertung:

a)

F_2	l_2	$F_2 * l_2$
$4{,}905\ N$	$5\ cm$	$4{,}905\ N * 0{,}05\ m = 0{,}24525\ Nm$
$0{,}981\ N$	$25\ cm$	$0{,}981\ N * 0{,}25\ m = 0{,}24525\ Nm$
$0{,}4905\ N$	$50\ cm$	$0{,}4905\ N * 0{,}5\ m = 0{,}2425\ Nm$
$1{,}22625\ N$	$20\ cm$	$1{,}22625\ Nm * 0{,}4\ m = 0{,}2425\ Nm$

$F_1 *\ l_1 = 4{,}905\ N * 0{,}05\ m = 0{,}24525\ Nm$

b)

F_2	l_2	$F_2 * l_2$
$5{,}886\ N$	$5\ cm$	$5{,}886\ N * 0{,}05\ m = 0{,}2943\ Nm$
$2{,}943\ N$	$10\ cm$	$2{,}943\ N * 0{,}1\ m = 0{,}2943\ Nm$
$1{,}962\ N$	$15\ cm$	$1{,}962\ N * 0{,}15\ m = 0{,}2943\ Nm$
$0{,}7375\ N$	$40\ cm$	$0{,}7375\ N * 0{,}4\ m = 0{,}2943\ Nm$

$F_1 *\ l_1 = 1{,}962\ \ N * 0{,}15\ m = 0{,}2943\ Nm$

Versuch zum zweiseitigen Hebel
Name:____

1. **Arbeitsauftrag:**

Befestige an dem linken Hebelarm, wie unten vorgegeben (4. Wertetabellen), verschiedene Gewichte in verschiedenen Abständen. Bringe den Hebel mit Hilfe der zur Verfügung stehenden Gewichte ins Gleichgewicht. Nutze dazu einen bestimmten Abstand zum Drehpunkt, du kannst auch mehrere Gewichte an einen Punkt hängen. Probiere verschiedene Kombinationen aus Gewicht und Abstand (mindestens 3), um den Hebel ins Gleichgewicht zu bringen.
Fertige ein vollständiges Versuchsprotokoll an.

2. **Material:**
   - Eine Apparatur zum Experimentieren
   - Folgende Gewichte:
     - $500\ g$ (2x)
     - $200\ g$ (2x)
     - $100\ g$ (2x)
     - $50\ g$ (2x)
     - $25\ g$ (2x)
   - Ein Maßband

3. **Skizze:**

4. **Wertetabellen:**

a) Befestige an dem linken Hebelarm ein Gewicht von $500g$ in einem Abstand von $5\ cm$ zum Drehpunkt.
$F_1 =$
$l_1 =$

F_2	l_2

Name:____

b) Befestige an dem linken Hebelarm ein Gewicht von $200g$ in einem Abstand von $15\ cm$ zum Drehpunkt.
$F_1 =$
$l_1 =$

F_2	l_2

5. Beobachtung:

____
____
____
____
____

6. Auswertung:

a)

F_2	l_2	

____

b)

F_2	l_2	

____

Versuch zum zweiseitigen Hebel
Lösung

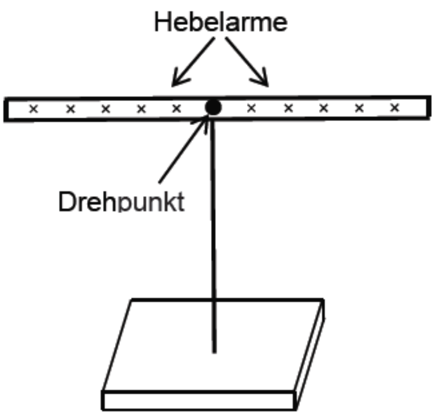
1. **Arbeitsauftrag:**

Befestige an dem linken Hebelarm, wie unten vorgegeben (4. Wertetabellen), verschiedene Gewichte in verschiedenen Abständen. Bringe den Hebel mit Hilfe der zur Verfügung stehenden Gewichte ins Gleichgewicht. Nutze dazu einen bestimmten Abstand zum Drehpunkt, du kannst auch mehrere Gewichte an einen Punkt hängen. Probierre verschiedene Kombinationen aus Gewicht und Abstand (mindestens 3), um den Hebel ins Gleichgewicht zu bringen.
Fertige ein vollständiges Versuchsprotokoll an.

2. **Material:**

- Eine Apparatur zum Experimentieren
- Folgende Gewichte:
  - $500\ g$ (2x)
  - $200\ g$ (2x)
  - $100\ g$ (2x)
  - $50\ g$ (2x)
  - $25\ g$ (2x)
- Ein Maßband

3. **Skizze:**



4. **Wertetabellen:**

Die hier aufgeführten Wertetabellen sind nur Lösungsmöglichkeiten.

a) Befestige an dem linken Hebelarm ein Gewicht von $500g$ in einem Abstand von $5\ cm$ zum Drehpunkt.

$F_1 = 500g * 9{,}81\ \frac{N}{kg} = 4{,}905\ N$

$l_1 = 5\ cm$

Versuch zum zweiseitigen Hebel
Lösung

F_2	l_2
$4{,}905\ N$	$5\ cm$
$0{,}981\ N$	$25\ cm$
$2{,}4525\ N$	$10\ cm$
$1{,}22625\ N$	$20\ cm$

b) Befestige an dem linken Hebelarm ein Gewicht von $200g$ in einem Abstand von $15\ cm$ zum Drehpunkt.

$F_1 = 200g * 9{,}81\ \frac{N}{kg} = 1{,}962\ N$

$l_1 = 15\ cm$

F_2	l_2
$5{,}886\ N$	$5\ cm$
$2{,}943\ N$	$10\ cm$
$1{,}962\ N$	$15\ cm$
$1{,}4715\ N$	$20\ cm$

5. Beobachtung:

Die Beobachtungen der Schüler sind individuell zu beurteilen. Dabei sollte auf Fachsprache und die Verwendung der Begrifflichkeiten geachtet werden.

6. Auswertung:

a)

F_2	l_2	$F_2 *\ l_2$
$4{,}905\ N$	$5\ cm$	$4{,}905\ N * 0{,}05\ m = 0{,}24525\ Nm$
$0{,}981\ N$	$25\ cm$	$0{,}981\ N * 0{,}25\ m = 0{,}24525\ Nm$
$2{,}4525\ N$	$10\ cm$	$2{,}4525\ N * 0{,}1\ m = 0{,}2425\ Nm$
$1{,}22625\ N$	$20\ cm$	$1{,}22625\ Nm * 0{,}2\ m = 0{,}2425\ Nm$

$F_1 *\ l_1 = 4{,}905\ N * 0{,}05\ m = 0{,}24525\ Nm$

b)

F_2	l_2	$F_2 *\ l_2$
$5{,}886\ N$	$5\ cm$	$5{,}886\ N * 0{,}05\ m = 0{,}2943\ Nm$
$2{,}943\ N$	$10\ cm$	$2{,}943\ N * 0{,}1\ m = 0{,}2943\ Nm$
$1{,}962\ N$	$15\ cm$	$1{,}962\ N * 0{,}15\ m = 0{,}2943\ Nm$
$1{,}4715\ N$	$20\ cm$	$1{,}4715\ N * 0{,}2\ m = 0{,}2943\ Nm$

$F_1 *\ l_1 = 1{,}962\ \ N * 0{,}15\ m = 0{,}2943\ Nm$

Der Hebel und das Hebelgesetz

Name:____

zweiseitiger Hebel	einseitiger Hebel

Der Hebel

Der Hebelarm

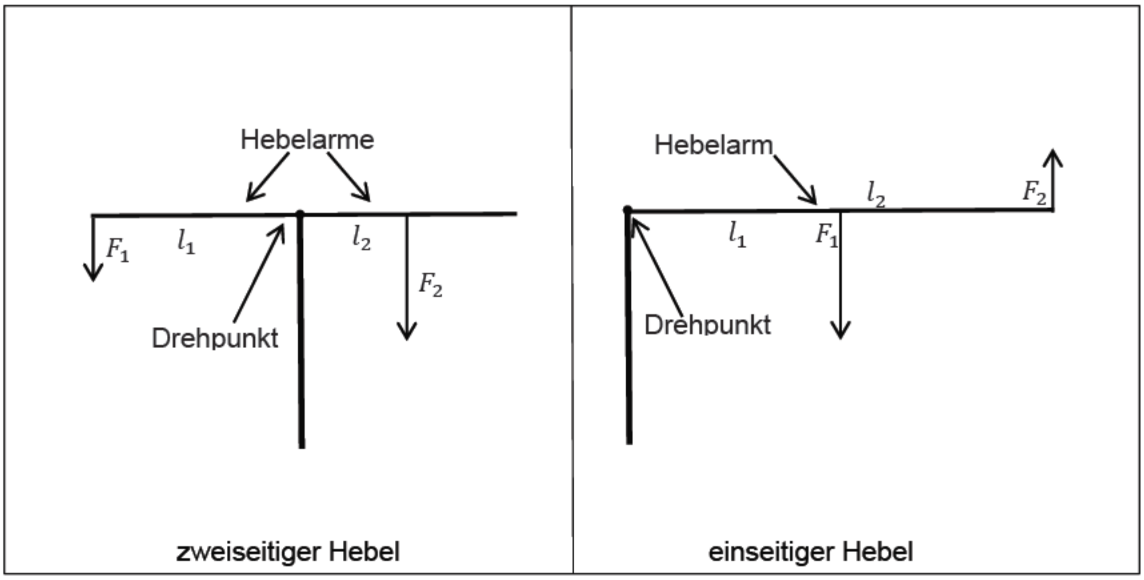
Einseitiger Hebel

Zweiseitiger Hebel

Das Hebelgesetz

L

Der Hebel und das Hebelgesetz
Lösung



Der Hebel

Jeder starre Körper, der um einen Punkt drehbar gelagert ist, wird als **Hebel** bezeichnet. Dieser Punkt wird als Drehpunkt oder Drehachse bezeichnet. Es gibt einseitige- und zweiseitige Hebel. Hebel sind Kraftwandler, sie können Betrag, Richtung oder Angriffspunkt einer Kraft ändern.

Der Hebelarm

Als Hebelarm wird der Abstand zwischen Angriffspunkt der Kraft und Drehpunkt/-achse bezeichnet. Der Hebelarm steht immer senkrecht zur Wirkungslinie der Kraft.

Einseitiger Hebel

Last und Kraft, d.h. die Kräfte F_1 und F_2, greifen auf derselben Seite von dem Drehpunkt an. Die Kräfte F_1 und F_2 zeigen in entgegengesetzte Richtungen.

Zweiseitiger Hebel

Die Kräfte F_1 und F_2 greifen von dem Drehpunkt aus betrachtet auf unterschiedlichen Seiten an. Dabei sind diese Kräfte gleichgerichtet, d.h. sie haben die gleiche Richtung.

Das Hebelgesetz

Jeder drehbar gelagerte Körper, d.h. jeder Hebel, befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Produkte, jeweils aus Hebelarm und Betrag der angreifenden Kraft, gleich groß sind.

$$F_1 * l_1 = F_2 * l_2$$

Wiederholung Zuordnungen und proportionale Zuordnungen

Name:____

Zuordnung

Zuordnungen begegnen uns überall im Leben. Ständig ordnen wir Dinge zu. Beispielsweise ordnen wir den schwarzen Rucksack Person 1 und den grünen Rucksack Person 2 zu.

Auch in der Mathematik gibt es Zuordnungen. Hier wird der einen Größe eine zweite Größe zugeordnet. Die erste Größe bezeichnet man als **Ausgangsgröße** und die zweite Größe bezeichnet man als **zugeordnete Größe**. Diese beiden zueinander gehörenden Größen bilden ein Größenpaar.

Zuordnungen in der Mathematik können auf vier verschiedene Arten dargestellt werden:

(1) Pfeildiagramm
(2) Tabelle
(3) Koordinatensystem
(4) Zuordnungsvorschrift

Proportionale Zuordnung

Ein Spezialfall der Zuordnungen ist die proportionale Zuordnung. Eine Zuordnung heißt proportional, wenn gilt:

(1) Nimmt man das k-fache der Ausgangsgröße, so nimmt man auch das k-fache der zugeordneten Größe.
(2) Teilt man die Ausgangsgröße durch k, so teilt man auch die zugeordnete Größe durch k.

Dies gilt für $k \in \mathbb{R}$

Bei proportionalen Zuordnungen gilt die Quotienten Gleichheit der Größenpaare. Wenn man die zugeordnete Größe durch die Ausgangsgröße dividiert, so erhält man immer das gleiche Ergebnis.

Beispiel:

	Äpfel	Preis	
	1 kg	2,45 €	
*3	3 kg	7,35 €	*3
*4	12 kg	29,40 €	*4
:3	4 kg	9,80 €	:3
:2	2 kg	4,90	:2

Antiproportionale Zuordnungen

Name:____

Eine Zuordnung heißt **antiproportionale Zuordnung**, wenn gilt:

Beispiel:

Für 12 Personen reicht der Trinkwasservorrat 30 Tage.

	Personen	Tage	
*2	12	30	:2
	24	15	
	4		
	1		
		40	

Formuliere, wie du eine antiproportionale Zuordnung schnell erkennen kannst!

Antiproportionale Zuordnungen
Name:____

Graphische Darstellung antiproportionaler Zuordnungen:

____

____

____

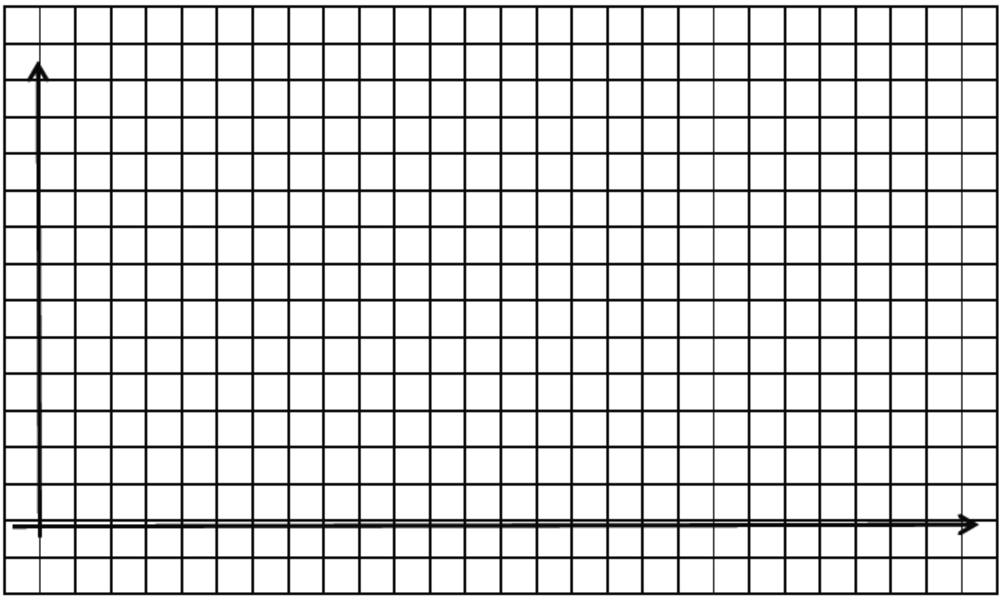
____

____

Beispiel:

Gegeben ist ein Rechteck mit einem konstanten Flächeninhalt von $24\ cm^2$.

Länge	Breite
2 cm	
3 cm	
4 cm	
12 cm	
24 cm	



Antiproportionale Zuordnungen
Lösung

Eine Zuordnung heißt **antiproportionale Zuordnung**, wenn gilt:

(1) Nimmt man das k-fache der Ausgangsgröße, so dividiert man die zugeordnete Größe durch k.
(2) Dividiert man die Ausgangsgröße durch k, so nimmt man das k-fache der zugeordneten Größe.

Dies gilt für $k \in \mathbb{R}$.

Bei antiproportionalen Zuordnungen gilt die **Produktgleichheit** der Größenpaare. Die Produkte der Größenpaare (jeweils Ausgangsgröße und zugeordnete Größe) sind immer das gleiche. Damit gilt für Größenpaare x_i und y_i, mit $x_i, y_i \in \mathbb{R}$: $x_1 * y_1 = x_2 * y_2$

Beispiel:

Für 12 Personen reicht der Trinkwasservorrat 30 Tage.

	Personen	Tage	
	12	30	
*2	24	15	:2
:6	4	90	*6
:4	1	360	*4
*9	9	40	:9

Formuliere, wie du antiproportionale Zuordnungen schnell erkennen kannst!

An der Produktgleichheit der Größenpaare lassen sich antiproportionale Zuordnungen schnell erkennen.

Graphische Darstellung antiproportionaler Zuordnungen:

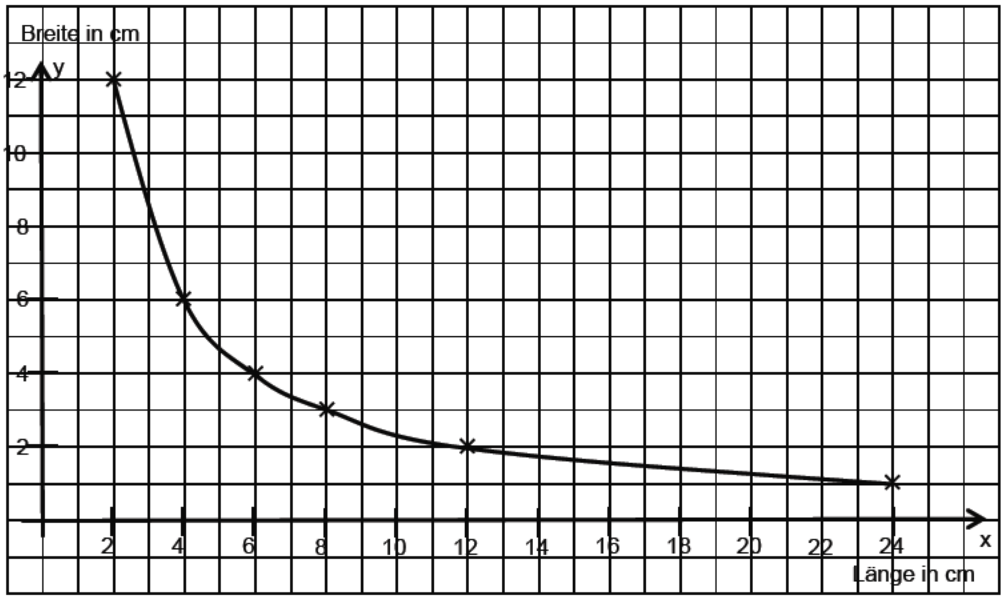
Trägt man die Ausgangsgröße x gegen die zugeordnete Größe y auf, so stellt der Graph einer antiproportionalen Zuordnung eine Hyperbel dar. Die Hyperbel schneidet nie die x-Achse oder die y-Achse.

Beispiel:

Gegeben ist ein Rechteck mit einem konstanten Flächeninhalt von $24\ cm^2$.

Länge	Breite
2 cm	12 cm
3 cm	8 cm
4 cm	6 cm
12 cm	2 cm
24 cm	1 cm

Antiproportionale Zuordnungen
Lösung



Aufgaben zu Antiproportionalen Zuordnungen
Name:____

Aufgabe 1

Vervollständige die folgenden Tabellen der antiproportionalen Zuordnungen.

a) Um eine Grube auszuheben benötigen 6 Bagger 30 Stunden.

Bagger	Benötigte Zeit
6	30 h
12	
4	
	180 h

b) Ein Teich kann mit 5 Pumpen in 6 Stunden geleert werden.

Pumpen	Benötigte Zeit
1	
	2,5 h
	10 h

c) Ein Gewinn von 2.000€ wird auf 10 Personen gleich verteilt.

Personen	Anteil je Person
10	200 €
2	
	62,5 €
	500 €

Aufgabe 2

Ein großes Blech Kuchen soll in 24 Stücke aufgeteilt werden, die alle gleich groß sind. Das Blech ist 50 cm lang und 30 cm breit.

a) Wie breit werden die Kuchenstücke, wenn sie 12,5 cm lang werden?
b) Eine andere Person schneidet 10 cm breite Kuchenstücke.
c) Was bedeutet das Produkt der Größenpaare in diesem Zusammenhang?

Aufgabe 3

Ein Auto braucht von München nach Berlin bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $90\frac{km}{h}$ etwa $6{,}5$ Stunden.

a) In welcher Zeit legt das Auto die Strecke zurück, wenn es mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $120\frac{km}{h}$ fährt?
b) Das Auto legt die Strecke in 4 Stunden zurück. Ist das realistisch?
c) Was bedeutet das Produkt der Größenpaare in diesem Zusammenhang?

Aufgaben zu Antiproportionalen Zuordnungen
Lösung

Aufgabe 1

Vervollständige die folgenden Tabellen der antiproportionalen Zuordnungen.

a) Um eine Grube auszuheben benötigen 6 Bagger 30 Stunden.

Bagger	Benötigte Zeit
6	30 h
12	15 h
4	45 h
1	180 h

b) Ein Teich kann mit 5 Pumpen in 6 Stunden geleert werden.

Pumpen	Benötigte Zeit
5	6 h
1	30 h
12	2,5 h
3	10 h

c) Ein Gewinn von 2.000€ wird auf 10 Personen gleich verteilt.

Personen	Anteil je Person
10	200 €
2	1.500€
32	62,5 €
8	500 €

Aufgabe 2

Die Stücke, die sich aus der Breite ergeben multipliziert mit den Stücken die sich aus der Länge ergeben muss immer 24 ergeben.

a) Es gilt $\frac{50\ cm}{12{,}5\ cm} * \frac{30\ cm}{x} = 24$, mit x: Breite der Kuchenstücke

$$\frac{50\ cm}{12{,}5\ cm} * \frac{30\ cm}{x} = 24$$
$$\Leftrightarrow \frac{30\ cm}{x} = 24 * \frac{12{,}5\ cm}{50\ cm}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{24 * 12{,}5}{50 * 30\ cm}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{50 * 30\ cm}{24 * 12{,}5}$$
$$\Leftrightarrow x = 5\ cm$$

Antwort: Die Kuchenstücke müssen $5\ cm$ breit sein, damit 24 Kuchenstücke entstehen.

b) Es gilt: $\frac{50\ cm}{x} * \frac{30\ cm}{10\ cm} = 24$, mit x: Länge der Kuchenstücke

$$\frac{50\ cm}{x} * \frac{30\ cm}{10\ cm} = 24$$
$$\Leftrightarrow \frac{50\ cm}{x} = \frac{24 * 10\ cm}{30\ cm}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{24 * 10}{30 * 50\ cm}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{30 * 50\ cm}{24 * 10}$$
$$\Leftrightarrow x = 6{,}25\ cm$$

Antwort: Die Kuchenstücke müssen $6{,}25\ cm$ lang sein, damit 24 Kuchenstücke entstehen.

c) Das Produkt der Größenpaare Anzahl der Stücke in der Länge und Anzahl der Stücke in der Breite ergibt die Anzahl der Kuchenstücke auf dem Blech und dieser muss immer 24 betragen.

Aufgabe 3

Das Produkt von Geschwindigkeit und Zeit ist konstant. Die fehlenden Werte können entweder Hilfe einer Tabelle oder mit Hilfe einer Gleichung bestimmt werden.

a) Mit einer Gleichung und der Produktgleichheit:

$$90\ \frac{km}{h} * 6{,}5\ h = 120\ \frac{km}{h} * x$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{90\ \frac{km}{h}}{120\ \frac{km}{h}} * 6{,}5\ h$$
$$\Leftrightarrow x = 4{,}875\ h$$

Mit Hilfe einer Tabelle:

Geschwindigkeit	Zeit
$90\ \frac{km}{h}$	$6{,}5\ h$
$30\ \frac{km}{h}$	$19{,}5\ h$
$120\ \frac{km}{h}$	$4{,}875\ h$

Antwort: Das Auto braucht bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $120\ \frac{km}{h}$ etwa $4{,}875$ Stunden. Das entspricht 1 Stunde, 52 Minuten und 30 Sekunden.

b) Mit einer Gleichung und der Produktgleichheit:

$$90\ \frac{km}{h} * 6{,}5\ h = x * 4\ h$$

$$\Leftrightarrow x = 90\ \frac{km}{h} * \frac{6{,}5\ h}{4\ h}$$
$$\Leftrightarrow\ x = 146{,}25\ \frac{km}{h}$$

Mit Hilfe einer Tabelle:

Geschwindigkeit	Zeit
$90\ \frac{km}{h}$	$6{,}5\ h$
$585\ \frac{km}{h}$	$1\ h$
$146{,}25\ \frac{km}{h}$	$4\ h$

Antwort: Das Auto müsste mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $146{,}25\ \frac{km}{h}$ fahren. Diese durchschnittliche Geschwindigkeit ist eher unrealistisch.

c) Das Produkt der Größenpaare Geschwindigkeit und Zeit gibt die zurückgelegte Strecke an. Die zurückgelegte Strecke beträgt $585\ km$.

Aufgaben zum Hebel
Name:____

Aufgabe 1

Hebel sind überall!
Nenne 5 Hebel, die du kennst. Begründe ob es sich um einen einseitigen oder einen zweiseitigen Hebel handelt.

1) ____
2) ____
3) ____
4) ____
5) ____

Aufgabe 2

An einem zweiseitigen Hebel greift eine Kraft $F_1 = 2\ kN$ in einem Abstand von $60\ cm$ zum Drehpunkt an.
Vervollständige die Tabelle so, dass sich der Hebel im Gleichgewicht befindet. Gib jeweils an, wie du auf die fehlenden Werte gekommen bist.

	F_2	l_2
1)		$15\ cm$
2)	$100\ N$	
3)	$0{,}8\ kN$	
4)		$1{,}875\ cm$

Aufgabe 3

Eine $50\ kg$ schwere Kiste soll mit Hilfe eines stabilen Rohres angehoben werden. Dazu wird die Kiste an dem $1{,}50\ m$ langen Rohr in einem Abstand von$15\ cm$ zu dem einen Ende des Rohres befestigt. Zum Anheben wird dieses Ende des Rohres auf einem höheren Gegenstand gelagert. Die Person nutzt die ganze Länge des Rohres aus.
Welche Kraft muss zum Anheben der Kiste aufgebracht werden? Fertige zunächst eine Skizze an, in der du die wirkenden Kräfte und die Hebelarme einzeichnest und entscheide um welche Art des Hebels es sich handelt.

Aufgabe 4

Von Archimedes (285 – 212 v. Chr.) soll folgende Aussage stammen:
„Gebt mir einen festen Punkt und ich will die Erde aus den Angeln heben.“
Was bedeutet diese Aussage?

____
____
____
____
____
____

Aufgaben zum Hebel
Lösung

Aufgabe 1

Dies sind nur Beispiele für Hebel. Die von den Schülern genannten Hebel und deren Zuordnung zu einseitigen oder zweiseitigen Hebeln sind individuell und jeweils zu beurteilen.

1) Schubkarre, einseitiger Hebel
2) Der Arm von einem Menschen, einseitiger Hebel
3) Eine Wippe, zweiseitiger Hebel
4) Nussknacker, einseitiger Hebel
5) Kneifzange, zweiseitiger Hebel

Aufgabe 2

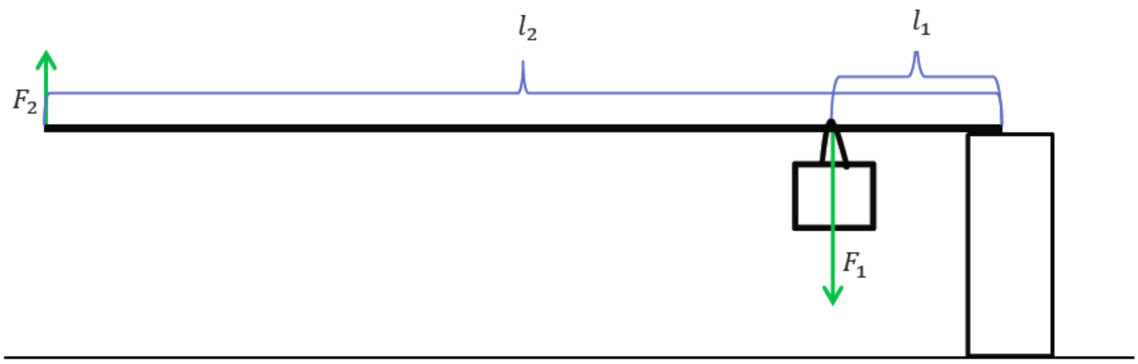
	F_2	l_2
1)	$0{,}5\ kN$	$15\ cm$
2)	$100\ N$	$75\ cm$
3)	$0{,}8\ kN$	$9{,}375\ cm$
4)	$4\ kN$	$1{,}875\ cm$

Die Schüler können die fehlenden Werte mit Hilfe des Hebelgesetzes berechnen:

1) $F_2 = \frac{F_1 * l_1}{l_2} = \frac{2\ kN * 60\ cm}{15\ cm} = 0{,}5\ kN$
2) $l_2 = \frac{F_1 * l_1}{F_2} = \frac{2\ kN * 60\ cm}{100\ N} = \frac{2000\ N * 60\ cm}{100\ N} = 75\ cm$
3) $l_2 = \frac{F_1 * l_1}{F_2} = \frac{2\ kN * 60\ cm}{0{,}8\ kN} = 9{,}375\ cm$
4) $F_2 = \frac{F_1 * l_1}{l_2} = \frac{2\ kN * 60\ cm}{1{,}875\ cm} = 4\ kN$

Aufgabe 3

Skizze:



Es handelt sich um einen einseitigen Hebel, da die Kräfte auf derselben Seite vom Drehpunkt angreifen. Der Drehpunkt befindet sich am Ende des Rohres und liegt auf dem Gegenstand auf.

gegeben: $m_1 = 50\ kg,\ \ g = 9{,}81\ \frac{N}{kg}, l_1 = 15\ cm, l = 1{,}50\ m$

gesucht: F_1, F_2, l_2

Berechnen von F_1:

$$F_1 = \ m_1 * g = 50\ kg * 9{,}81\ \frac{N}{kg} = 490{,}5\ N$$

Berechnen von l_2:

$$l_2 = l - l_1 = 1{,}50m - 15\ cm = 150\ cm - 15\ cm = 135\ cm$$

Berechnen von F_2:

$$F_2 = \frac{F_1 *\ l_1}{l_2} = \frac{490{,}5\ N * 15\ cm}{135\ cm} = 54{,}5\ N$$

Antwort: Die Person muss eine Kraft von $54{,}5\ N$ aufbringen, um die Kiste anzuheben.

Aufgabe 4

Die Antworten der Schüler müssen individuell beurteilt werden. Eine mögliche Antwort wäre folgendes:

Archimedes bezieht sich in seiner Aussage auf das Hebelgesetz. Auf dem festen Punkt kann der Hebel angesetzt werden und dort befindet sich dann der Drehpunkt. Mit einem Hebel, der lang genug ist, kann er so angeblich die Erde aus ihren Angeln heben. Je länger der Hebel ist, desto geringer ist die nötige Kraft.

Die Aussage ist so nicht umsetzbar und soll das Hebelgesetz nur verdeutlichen.

Name:____

Bauanleitung für die Apparatur zum Hebelversuch

Die Apparatur besteht aus einer Bodenplatte, einen senkrechten Stab und einem Querstab (Hebelarm)

Folgende Schritte müssen für den Bau durchgeführt werden:

1. Vorbereiten der Bodenplatte und des senkrechten Stabes
2. Montieren des senkrechten Stabes
3. Querstab (Hebelarm) erstellen
4. Montieren des Querstabes (Hebelarm)

Material:

- 1 Bodenplatte aus mehrfach verleimten Schichtholz, (
- 1 Konstruktionsholz (senkrechter Stab), (34 mm x 34 mm x (60 cm +Höhe Bodenplatte))
- 1 gehobelte Dachlatte (Querstab), (40 mm x 20 mm x 60 cm)
- 1 Linsenkopfschraube M5, (60 mm lang)
- 1 selbstsichernde Mutter M5
- 10 Schrauben, (3mm x 20 mm)

Werkzeug:

- Lochsäge mit 39 mm Durchmesser
- Kreuzschraubenzieher passend für die 10 Schrauben
- 5er Schlüssel für die Mutter
- Akkubohrer
- Bohrer (5,5 mm Durchmesser)
- 100er Schleifpapier
- Zollstock
- Winkel
- Bleistift
- Wasserwaage
- Heißklebepistole

Name:____

1 Vorbereiten der Bodenplatte und des senkrechten Stabes

Zuerst muss mit Hilfe eines Zollstocks, eines Winkels und eines Bleistifts die Mitte der Bodenplatte angezeichnet werden. Mit der Lochsäge und dem Akkubohrer wird in der Mitte ein Loch mit einem Durchmesser von $39\ mm$ gefräst. Die entstandenen Kanten müssen anschließend mit dem Schleifpapier gebrochen werden, damit das Holz nicht splittert.

Bodenplatte mit Loch in der Mitte

Als nächstes muss der senkrechte Stab vorbereitet werden. Dazu muss mit Hilfe von Zollstock, Winkel und Bleistift die Mitte der Breite angezeichnet werden und von der oberen Kante $20\ mm$ abgemessen werden. Der so entstandene Punkt sollte beispielsweise durch ein Kreuz gekennzeichnet werden. An der markierten Stelle wird mit dem Akkubohrer und dem 5,5er Bohrer ein Loch gebohrt.

Senkrechter Stab

Name:____

2 Montieren des senkrechten Stabes

Nachdem die Bodenplatte und der senkrechte Stab vorbereitet wurden muss der senkrechte Stab montiert werden. Dazu muss die Bodenplatte zunächst in Waage liegen, dies kann mit der Wasserwaage festgestellt werden. Der senkrechte Stab wird in das Loch gestellt, so dass das Loch zur längeren Seite der Bodenplatte zeigt. Es ist wichtig, dass der senkrechte ebenfalls in Waage steht. Der in Waage stehende senkrechte Stab wird stabilisiert, indem das übrige Loch mit Heißkleber ausgefüllt wird. Alternativ können noch diagonale Streben zur zusätzlichen Stabilisierung angebracht werden.

Befestigter senkrechter Stab

3 Querstab (Hebelarm) erstellen

Zum Erstellen des Querstabes muss zunächst die Mitte der $40\ mm$ breiten Seite über die gesamte Länge von $60\ cm$ mit Hilfe von Zollstock, Winkel und Bleistift angezeichnet werden. Die Mitte der $60\ cm$ langen Seite wird ebenfalls markiert. An der so entstehenden Stelle wird mit dem 5,5er Bohrer ein Loch gebohrt. Ausgehend von der Mitte wird nach links und rechts gehend alle $5\ cm$ eine Markierung gesetzt. An der äußersten Markierung der rechten Seite wird auch ein Loch mit dem 5,5er Bohrer gebohrt. Die beiden Löcher dienen nachher zur Befestigung des Querstabes an der senkrechten Stange.

Querstange mit Befestigungslöchern

Name:____

An den weiteren markierten Stellen im 5 cm Abstand werden die zehn Schrauben mit Hilfe des Kreuzschraubenziehers eingedreht. Es ist darauf zu achten, dass die Schrauben genau an den markierten Stellen eingedreht werden. Die Schrauben müssen noch ein Stück raus stehen, da diese später als Befestigungspunkte dienen. Es ist darauf zu achten, dass alle Schrauben gleich weit vom Holz raus stehen. Damit ist die Querstange bzw. der Hebelarm fertig.

4 Montieren des Querstabes (Hebelarm)

Als letztes muss der Querstab bzw. der Hebelarm mit der Linsenkopfschraube und der entsprechenden Mutter befestigt werden. Wird der Querstab in dem Befestigungsloch in der Mitte befestigt, so liegt ein zweiseitiger Hebel vor. Befestigt man den Querstab in dem Befestigungsloch am Rand, so liegt ein einseitiger Hebel vor.

Einseitiger Hebel

Zweiseitiger Hebel

Checkliste für fächerverbindende Lerngelegenheiten Mathematik und Physik

Lerngelegenheit: **Der Hebel - eine geniale Entdeckung**

Die Lerngelegenheit kann basierend auf der Checkliste auf ihre Tauglichkeit für fächerverbindende Vorhaben geprüft werden. Dabei ist zu beachten, dass die Checkliste nur als Grundlage dient. Zur detaillierten Beurteilung einer Lerngelegenheit muss sich mit den einzelnen Punkten näher auseinandergesetzt werden.
Da die Voraussetzungen die Grundlage für sinnvolles fächerverbindendes Arbeiten sind, müssen alle mit „zu“ beantwortet sein.

Trifft bei der untersuchten Lerngelegenheit	Zu	Nicht zu	Bemerkungen
Voraussetzungen			
Es sind die Fächer Mathematik und Physik beteiligt.	x		
Es liegt ein gemeinsames Thema vor.	x		
Die Fächer sind gleichberechtigte Partner.	x		
Die Inhalte sind relevant nach dem Kernlehrplan Mathematik.	x		
Die Inhalte sind relevant nach dem Kernlehrplan Physik.	x		
Der Fachunterricht Mathematik kann an die Lerngelegenheit anknüpfen.	x		
Der Fachunterricht Physik kann an die Lerngelegenheit anknüpfen.	x		
Schnittstellen der Fächer in Bezug auf das gemeinsame Thema sind vorhanden.	x		
Die Fachgrenzen werden bewusst überschritten.	x		
Die Lerngelegenheit ist für eine integrative Verbindung geeignet.	x		
Bereicherung für das Fach Mathematik.	x		
Bereicherung für das Fach Physik.	x		
Die Lerngelegenheit bietet Potential für…			
...die beteiligten Fächer.			
Fachliche Tiefe Mathematik	x		
Fachliche Tiefe Physik	x		
Eigenverständnis von Mathematik	x		
Eigenverständnis von Physik	x		
Prozessbezogene Kompetenzen Mathematik	x		
Prozessbezogene Kompetenzen Physik	x		
…eine zielgerichtete Förderung.			
Handlungsfähigkeit	x		
Anwendungsorientierung und Lebensvorbereitung	x		
Authentische Anwendungen / Modellierung	x		
Problemlösefähigkeit	x		
Ganzheitliches Lernen	x		
Anschlussfähiges Wissen und vernetzte Denkstrukturen	x		
Flexibles mathematisches Wissen	x		
Wechselseitiges Übersetzen von Mathematik und Physik	x		